

УДК 537.9

ДЖОЗЕФСОНОВСКИЕ АНТЕННЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ

*В. В. Курин**, *Н. К. Вдовичева*, *И. А. Шерешевский*

Институт физики микроструктур РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Предлагается новый подход к проблеме получения когерентного излучения от систем с большим числом джозефсоновских контактов, основанный на концепции антенн бегущей волны. Бегущая волна в линии обеспечивает идентичность электродинамических условий, в которых находятся контакты, а отток энергии на излучение в боковом направлении препятствует насыщению нелинейности индивидуальных контактов, имеющих малый динамический диапазон. Рассмотрены простые аналитические модели, демонстрирующие реализуемость режима бегущей волны. Разработана программа прямого численного моделирования джозефсоновских микросхем, включающих микроантенны, сосредоточенные элементы и цепи питания. С помощью прямого численного моделирования изучен вариант джозефсоновской антенны, аналогичный простейшей однопроводной антенне, и продемонстрирована возможность реализации режима бегущей волны.

ВВЕДЕНИЕ

Идея использования эффекта Джозефсона для генерации высокочастотного электромагнитного излучения привлекает внимание учёных со времени открытия этого эффекта в 1962 году [1]. Контакт Джозефсона, представляющий собой туннельный переход между сверхпроводниками, при приложении к нему напряжения V генерирует переменный сверхток с частотой ω , определяемой так называемым джозефсоновским соотношением $\hbar\omega = 2eV$, где \hbar — постоянная Планка, e — элементарный заряд. Напряжению 1 мВ соответствует частота 0,486 ТГц. Изменение напряжения позволяет плавно изменять частоту осцилляций вплоть до предельной частоты, определяемой щелью сверхпроводящего материала, из которого сделан джозефсоновский контакт. Для контактов на основе ниобия предельная частота составляет порядка 700 ГГц, для NbN — порядка 1,3 ТГц, для внутренних джозефсоновских контактов в слоистых высокотемпературных сверхпроводниках BiSrCaCuO — порядка 10 ТГц. Таким образом, джозефсоновский контакт является миниатюрным, перестраиваемым генератором терагерцового диапазона частот, очень важного для возможных приложений в спектроскопии, мониторинге атмосферы и радиовидении.

Однако мощность излучения индивидуального джозефсоновского контакта очень мала как из-за малости переменной составляющей сверхтока (порядка 0,1 мА/мкм²), так и из-за большого несогласования импеданса контакта с импедансом свободного пространства $Z_0 = 120\pi$ Ом. Очевидный путь увеличения мощности излучения и достижения хорошего согласования связан с использованием одномерных или двумерных массивов сосредоточенных джозефсоновских контактов и обеспечением когерентности вкладов индивидуальных контактов. Второй путь связан с использованием распределённых джозефсоновских переходов больших размеров. Конечно, возможны и комбинации обоих способов. На этих направлениях были достигнуты определённые успехи: на низкотемпературных контактах достигнута генерация в частотном диапазоне 0,1–0,5 ТГц с мощностью до 1 мкВт внутри микросхемы, что в принципе достаточно для применений [2–5]. Наиболее успешной оказалась разработка генераторов, основанных на движении джозефсоновских вихрей в распределённых джозефсоновских контактах. В настоящее время они находят практическое

* kurin@ipmras.ru

применение в качестве гетеродинов для накачки сверхпроводящих смесителей [6]. Ярким результатом, вызвавшим возрождение в определённой степени угасшего к началу XXI века интереса к джозефсоновским генераторам, было обнаружение микроволнового излучения терагерцового диапазона частот из мезоструктур, содержащих порядка тысячи джозефсоновских контактов на основе высокотемпературного сверхпроводника BiSrCCuO с внутренним эффектом Джозефсона [7]. Характеристики и механизм этого излучения в настоящее время интенсивно изучаются, современное состояние проблемы изложено в обзоре [8]. Также активно разрабатываются джозефсоновские генераторы на планарных массивах маленьких низкотемпературных контактов. Недавно была продемонстрирована возможность практического применения таких генераторов в качестве гетеродинов квазиоптических приёмников [9].

Несмотря на значительные успехи, область применения джозефсоновских генераторов остаётся очень узкой. Чтобы выиграть в конкуренции с полупроводниковыми приборами, например с квантовыми каскадными лазерами терагерцового диапазона частот, мощность таких генераторов должна быть значительно увеличена, скажем до уровня нескольких милливатт. Это требует создания систем с числом джозефсоновских контактов порядка $10^4 \div 10^5$. При современном уровне интеграции такие микросхемы будут иметь размеры порядка 1 см, что соответствует приблизительно 30 длинам волн λ терагерцового диапазона, в котором $\lambda \approx 300$ мкм. При таких размерах существенное влияние на динамику джозефсоновских систем оказывают эффекты запаздывания и излучения в открытое пространство. Технически джозефсоновские линии обычно представляют собой планарные структуры, когда джозефсоновские контакты, цепи питания и электродинамическое окружение расположены на поверхности диэлектрической подложки. Это могут быть как однопроводные, так и многопроводные, полосковые, щелевые или копланарные линии с встроеными джозефсоновскими контактами.

Данная работа посвящена таким большим джозефсоновским системам, их теоретическому описанию и компьютерному моделированию. Мы показываем, что в некоторых классах таких систем возможны режимы бегущей волны, при которых все джозефсоновские контакты находятся в идентичных электродинамических условиях и дают когерентные вклады в поле излучения. Такие системы, которые мы будем называть активными джозефсоновскими антеннами бегущей волны, обладают свойством масштабируемости: интенсивность их излучения при оптимальном согласовании растёт пропорционально размеру системы или числу джозефсоновских контактов. Важным компонентом, обеспечивающим когерентность вкладов большого числа контактов, является отток энергии от линии передачи в боковом направлении (вертикальный вывод излучения), что препятствует насыщению нелинейности индивидуальных контактов, имеющих малый динамический диапазон. На базе таких систем могут быть построены джозефсоновские генераторы с мощностью, достаточной для практических применений. В статье разработана теория открытых джозефсоновских линий бегущей волны, найдены условия существования и устойчивости таких режимов. Для изучения нелинейной динамики активных джозефсоновских антенн разработана программа численного моделирования, основанная на прямом решении уравнений Максвелла методом конечных разностей во временной области (Finite Difference in Time Domain, FDTD) и самосогласованном решении нелинейных уравнений, описывающих джозефсоновские контакты. Приводятся результаты моделирования некоторых вариантов джозефсоновских антенн бегущей волны.

Статья построена следующим образом. Вначале рассматривается простая модель джозефсоновской линейной антенны, выводятся основные уравнения, описывающие её нелинейную динамику, находятся решения в форме бегущих волн и исследуется их устойчивость. Далее излагается схема численного моделирования динамики джозефсоновских антенн и приводятся результаты моделирования для простой модельной антенны, являющейся джозефсоновским аналогом антен-

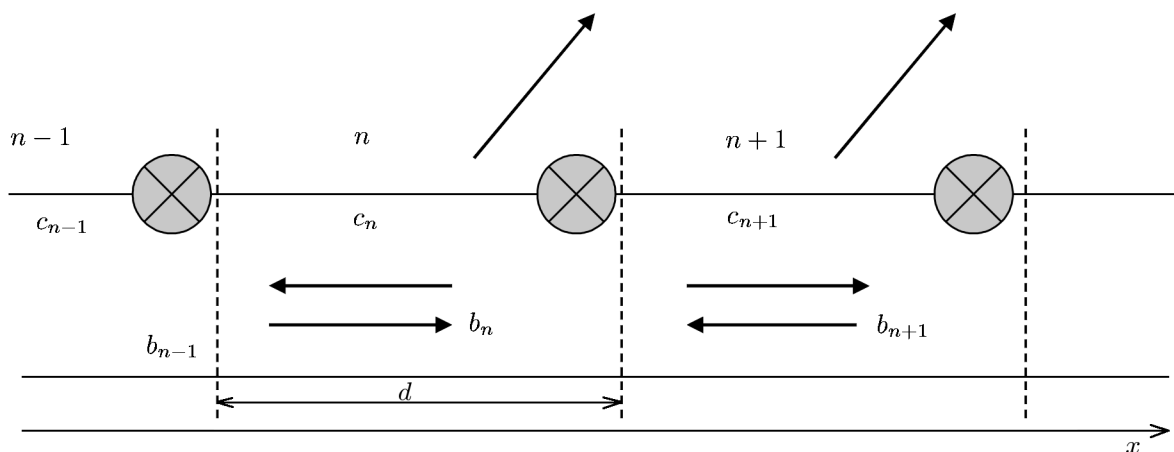


Рис. 1. Джозефсоновские контакты (изображены крестиками), помещённые в однородную линию и образующие периодическую структуру. Стрелками схематически изображены волны, бегущие в линии и излучаемые в открытое пространство. Штриховые линии, разделяющие соседние периоды, обозначают места сшивки токов и напряжений в линии

ны Бевериджа [10]. Приводятся диаграммы направленности этих антенн, подтверждающие реализацию режима бегущей волны и достаточно высокую эффективность излучения.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В качестве примера рассмотрим одномерную цепочку контактов, включённых последовательно в общую цепь питания и помещённых в открытую линию передачи, которая связана со свободным пространством, так что контакты электродинамически взаимодействуют между собой через собственные квазистатические поля и поля излучения. Схематически эта линия показана на рис. 1. В отличие от работ [11, 12], где линия передач моделировалась просто конечными импедансами на периоде, мы рассматриваем периодическую линию как распределённый объект, где импеданс элементарной ячейки явно зависит от длины ячейки и её конструктивных особенностей, таких как наличие неоднородностей, индуктивных закороток и боковых шлейфов, играющих роль антенн.

Уравнения для комплексных амплитуд токов и напряжений на n -м периоде линии на фиксированной частоте ω выражаются через амплитуды волн, бегущих вправо и влево, и имеют вид

$$I_n = b_n \exp(ikx) + c_n \exp(-ikx), \quad U_n = z_w [b_n \exp(ikx) - c_n \exp(-ikx)] + U_{n,J}. \tag{1}$$

Здесь I_n и U_n — амплитуды тока и напряжения в линии, b_n и c_n — амплитуды волн, бегущих влево и вправо соответственно, z_w — волновое сопротивление линии, $U_{n,J}$ — комплексная амплитуда напряжения на джозефсоновском контакте, волновое число определено соотношением $k = (\omega + i\nu)/v$, где ω — частота, v — скорость распространения волн в линии, мнимая часть волнового числа, определяемая параметром ν , моделирует потери на диссипацию в линии и на излучение в открытое пространство. Связь временного (функция $f(t)$) и спектрального (функция $f(\omega)$) представления определяется стандартным образом:

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \exp(i\omega t) dt, \quad f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega / (2\pi), \quad \text{Im}\omega > 0.$$

Джозефсоновские контакты, включённые в линию, будем считать сосредоточенными и описывать простой резистивно-шунтированной моделью, применимой при не слишком высоких частотах [11]. Уравнения этой модели во временном представлении имеют простой вид:

$$\frac{\Phi_0 C}{2\pi} \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial t^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R} \frac{\partial \varphi_n}{\partial t} + I_c \sin \varphi_n = I_n, \quad (2)$$

где φ_n — джозефсоновская разность фаз на n -м контакте, $\Phi_0 = \pi \hbar / e = 2 \cdot 10^{-15}$ В·с — квант потока, C , R , I_c — ёмкость, сопротивление и критический ток индивидуальных контактов соответственно, $I_n(t)$ — ток через n -й контакт, включающий в себя постоянный ток смещения и переменный ток в линии. Напряжение на контакте определяется соотношением Джозефсона

$$U_n(t) = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial t},$$

где $2\pi/\Phi_0 = 0,486$ ТГц/мВ. Для простоты пока будем считать параметры всех джозефсоновских контактов одинаковыми. Удобно перейти к безразмерным переменным, приняв в качестве единицы тока I_c , напряжения RI_c , времени $\Omega^{-1} = 2\pi RI_c/\Phi_0$. В этих переменных уравнения (2) примут вид

$$\beta \ddot{\varphi}_n + \dot{\varphi}_n + \sin \varphi_n = I_n, \quad (3)$$

где точками обозначены производные по времени, β — параметр Маккамбера, определённый соотношением $\beta = \Omega RC$. В этих переменных напряжение равно $U_n = \dot{\varphi}_n$, все импедансы измеряются в сопротивлениях контактов. Решение уравнений для джозефсоновских контактов будем искать методом разделения быстрых и медленных переменных [11]. Будем искать решения вида $\varphi_n = \omega_J t + \theta_n + \psi_n$, где величина ψ_n описывает малые высокочастотные колебания фазы, θ_n — немалая, но медленная фазовая переменная, ω_J — частота джозефсоновских осцилляций. Подставив эти выражения в уравнения (2) для джозефсоновских фаз, получим уравнение для невозмущённой джозефсоновской частоты $\omega_J = I$, где I — общий для всех контактов ток смещения, уравнения для высокочастотных составляющих

$$\beta \ddot{\psi}_n + \dot{\psi}_n = I_n - \sin(\omega_J t + \theta_n) \quad (4)$$

и уравнения для медленных фаз

$$\beta \overline{\ddot{\theta}_n} + \dot{\theta}_n + \overline{\psi_n \cos(\omega_J t + \theta_n)} = 0, \quad (5)$$

где черта означает усреднение по времени. Уравнение (4) удобно переписать в комплексном виде, введя комплексную амплитуду Ψ : $\psi = \text{Re}[\Psi \exp(-i\omega_J t)]$. Тогда уравнения для комплексных амплитуд джозефсоновских фаз (4) и бегущих волн в линии (1) примут вид

$$\begin{aligned} b_n \exp(ik_J d) + c_n \exp(-ik_J d) &= b_{n+1} + c_{n+1}, \\ b_n \exp(ik_J d) - c_n \exp(-ik_J d) - \frac{i\omega_J \Psi_n}{z_w} &= b_{n+1} - c_{n+1}, \\ -(\beta\omega_J^2 + i\omega_J)\Psi_n &= -i\chi_n + [b_n \exp(ik_J d) + c_n \exp(ik_J d)], \end{aligned} \quad (6)$$

где мы ввели обозначение $\chi_n = \exp(-i\theta_n)$, d — длина элементарной ячейки линии (см. рис. 1), k_J — волновое число, соответствующее частоте джозефсоновских осцилляций. Уравнение для медленных движений (5) переписывается в виде

$$\beta \overline{\ddot{\theta}_n} + \dot{\theta}_n + \frac{1}{2} \text{Re}(\Psi_n \chi_n^*) = 0, \quad (7)$$

где звёздочка обозначает комплексное сопряжение. Уравнения для высокочастотных компонент джозефсоновских фаз (4) и уравнения для токов и напряжений в линии (1) — линейные. Они могут быть решены с помощью преобразования Фурье. Преобразования будем определять либо для системы с периодическими граничными условиями, либо для бесконечной системы:

$$A(q) = \sum_{n=0}^{N-1} A_n \exp(-iqn), \quad A(q) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \exp(-iqn),$$

с соответствующими формулами обращения. Для периодической и бесконечной систем имеем соответственно

$$A_n = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} A \left(q = \frac{2\pi m}{N} \right) \exp \left(i \frac{2\pi m}{N} n \right),$$

$$A_n = \int_{-\pi}^{\pi} A(q) \exp(iqn) \frac{dq}{2\pi},$$

где под функцией $A(q)$ понимается любая из функций $b(q)$, $c(q)$, $\psi(q)$ и $\chi(q)$, являющихся фурье-преобразованиями для b_n , c_n , ψ_n и χ_n (т. е. A_n) соответственно; N — число джозефсоновских контактов. Уравнения для высокочастотных компонент легко решаются в фурье-гармониках. Для амплитуд волн, бегущих влево и вправо, будем соответственно иметь

$$b = \frac{i\omega_J \psi}{2z_w} \frac{1}{\exp(ik_J d - iq) - 1}, \quad c = \frac{i\omega_J \psi}{2z_w} \frac{1}{\exp(-ik_J d - iq) - 1}, \quad (8)$$

а уравнение для высокочастотного возмущения фазы примет вид

$$-(\beta\omega_J^2 + i\omega_J)\psi(q) = -i\chi + i\omega_J\psi(q)Y(q, \omega_J), \quad (9)$$

где $Y(q, \omega)$ — фурье-образ адмиттанса линии передачи, определённый соотношением

$$Y(q, \omega) = \frac{1}{2z_w} \frac{-i \sin(kd)}{\cos q - \cos(kd)}. \quad (10)$$

Это выражение представляет собой функцию Грина, определяющую линейный отклик невозмущённой линии без джозефсоновских контактов. Обращение знаменателя в нуль даёт дисперсионное уравнение для собственных волн в линии передачи, $\cos(kd) = \cos q$. В схеме расширенных зон оно даёт просто линейную дисперсию ($kd = q$) гладкой двухпроводной линии. Окончательно для фурье-амплитуды высокочастотной джозефсоновской фазы имеем $\psi(q) = G(q)\chi(q)$, где функция Грина $G(q)$ определена формулой

$$G(q) = \frac{i}{\beta\omega_J^2 + i\omega_J[1 + Y(q, \omega_J)]}. \quad (11)$$

Возвращаясь в координатное представление, мы найдём решение для высокочастотных амплитуд:

$$\Psi_n = \sum_m G(n - m, \omega_J) \exp(-i\theta_m), \quad (12)$$

где функция Грина в координатном представлении определена либо как интеграл по зоне Бриллюэна для бесконечной системы:

$$G(n, \omega_J) = \int_{-\pi}^{\pi} G(q, \omega_J) \exp(iqn) \frac{dq}{2\pi}, \quad (13)$$

либо как сумма по разрешённым значениям импульса $q_l = 2\pi l/N$ для периодической линии:

$$G(n) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} G(q_l) \exp(iq_l n). \quad (14)$$

Теперь, имея явное выражение для высокочастотных амплитуд, мы можем выписать динамические уравнения для медленных фаз джозефсоновских контактов:

$$\beta \ddot{\theta}_n + \dot{\theta}_n + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\exp(i\theta_n) \sum_m G(n-m, \omega_J) \exp(-i\xi_m) \right] = 0. \quad (15)$$

Эта сложная система нелинейных динамических уравнений для медленных джозефсоновских фаз была выведена в работах [11, 12]. Там же были рассмотрены её некоторые частные решения. Вся специфика электродинамического окружения описывается функцией $Y(q, \omega)$ и определяемой ей функцией $G(q, \omega)$. Поэтому для произвольной периодической в пространстве линейной линии передачи уравнения динамики джозефсоновских контактов имеют вид

$$\beta \dot{\varphi}_n + \varphi_n + \sin \varphi_n = I - \sum_m \hat{Y}_{n-m} \dot{\varphi}_m, \quad (16)$$

где \hat{Y}_{n-m} — матрица адмиттансов, определяющая ток через контакт $I_n(t) = -\sum_m \hat{Y}_{n-m} U_m(t)$ и, таким образом, описывающая электродинамическое влияние m -го контакта на n -й. Если система неперIODическая в пространстве, то матрица адмиттансов является не функцией разности $n-m$, а просто матрицей общего вида. Каждый матричный элемент представляет собой оператор \hat{Y} , действующий на функцию времени $f(t)$ как

$$\hat{Y} f(t) = \int_{-\infty}^t Y(t-t') f(t') dt', \quad (17)$$

и определяет запаздывающее взаимодействие между джозефсоновскими элементами системы. Таким образом, в общем случае джозефсоновская динамика описывается системой сложных интегродифференциальных уравнений. В координатном представлении адмиттансу $Y(q)$ в (10) соответствует адмиттанс в реальном пространстве, определяемый выражением

$$Y_n = -\frac{1}{2z_w} \exp(ikd|n|), \quad (18)$$

которое имеет простой физический смысл: оно определяет связь между контактами через бегущую в линии волну. Масштаб локализации функции Грина находится по мнимой части волнового числа, обусловленной потерями в линии из-за излучения в открытое пространство и истинными джоулевыми потерями.

В случае произвольной линии адмиттанс линии передачи представляет собой сложную функцию частоты и волнового числа. Более того, в общем случае открытых систем, как хорошо известно в теории антенн [13], распределение тока в антенне зависит от распределения электродвижущих сил по ней. А это значит, что сами матрицы взаимных адмиттансов являются функционалами от распределения фаз осцилляций джозефсоновских контактов. Для изучения динамики таких систем необходимо прямое решение уравнений Максвелла совместно с уравнениями динамики джозефсоновских контактов. Этому посвящён раздел 3 данной статьи. В следующем разделе мы рассмотрим возможность простых решений типа бегущей волны в системе (15) для различных видов ядра $G(n - m)$.

2. РЕЖИМ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ И ЕГО УСТОЙЧИВОСТЬ

Рассмотрим систему уравнений (15). Из-за того, что система периодична и функция Грина зависит только от разности $m - n$, у неё есть решение в виде бегущей волны фаз $\theta_n = \theta_0 - q_1 n$. Подставляя это решение в уравнение (15), мы найдём уравнение для фазы нулевого (и, следовательно, любого) контакта:

$$\beta \ddot{\theta}_0 + \dot{\theta}_0 + \frac{1}{2} \operatorname{re} \left[\exp(i\theta_0 - iq_1 n) \sum_m G(n - m, \omega_J) \exp(-i\theta_0 + iq_1 m) \right] = 0. \quad (19)$$

Это уравнение определяет установление стационарного состояния и поправку к вольт-амперным характеристикам джозефсоновских контактов. Сумма в (19) может быть вычислена, и тогда это уравнение примет вид

$$\beta \ddot{\theta}_0 + \dot{\theta}_0 + \frac{1}{2} \operatorname{Re} G(q_1) = 0, \quad (20)$$

где $G(q_1) = \sum_m G(n - m) \exp[-iq_1(n - m)] = \sum_m G(m) \exp(-iq_1 m)$. Отсюда следует, что в установившемся режиме, когда $\ddot{\theta}_0 = 0$, поправка к джозефсоновской частоте и, тем самым, к вольт-амперной характеристике, определяется соотношением $\delta\omega_J = -\operatorname{Re} G(q_1, \omega_J = I)/2$. Сразу же заметим, что поскольку в уравнение входит только $\dot{\theta}_0$, то решение для фазы определено с точностью до произвольной постоянной.

Зная фазы осцилляций контактов, мы можем определить амплитуды волн на каждом периоде, найти распределение тока в линии и рассчитать излучение в открытое пространство. Учитывая, что для режима бегущей волны выполняется равенство

$$\chi(q) = \exp(-i\theta_0) \sum_{n=0}^{N-1} \exp[i(q_1 - q)n] = \exp(-i\theta_0) N \delta_{q_1, q},$$

где $\delta_{q_1, q}$ — символ Кронекера, вычисляя амплитуды волн, бегущих вправо и влево, и находя ток на каждом периоде, мы придём к выражению

$$I_n(x) = \frac{i\omega_J G(q_1) \exp(-i\theta_0 + iq_1 n)}{2z_w} \left\{ \frac{\exp[ik_J(x - nd)]}{\exp(ik_J d - iq_1) - 1} + \frac{\exp[-ik_J(x - nd)]}{\exp(-ik_J d - iq_1) - 1} \right\}. \quad (21)$$

Отсюда следует, что рассматриваемая джозефсоновская линия представляет собой одномерную решётку идентичных вибраторов с длиной d и идентичным, но сдвинутым по фазе распределением тока. Предполагая, что линия передачи является однопроводной линией, разложим

распределение тока, соответствующее (21), в ряд Фурье по гармоникам с пространственными частотами $k_m = 2\pi m/d$ и найдём, что

$$I(k_m) = \frac{i\omega_J N G(q_1) \exp(-i\theta_0)}{2z_w} \left\{ \frac{\exp[i(k_J - k_m)d] - 1}{\exp(ik_J d - iq_1) - 1} + \frac{\exp[-(k_J + k_m)d] - 1}{\exp(-ik_J d - iq_1) - 1} \right\} \delta_{q_1, k_m d}. \quad (22)$$

Отсюда видно, что такая антенная решётка когерентно излучает в направлении образующей конуса с углом раствора $\alpha = \arcsin[c_{\text{light}} q_1 / (\omega_J d)]$, где c_{light} — скорость света в вакууме, т. к. амплитуда гармоники тока пропорциональна N . Если же волновое число q_1 достаточно большое, так что $\alpha > 1$, то излучаемая волна прижата к проводу и излучение происходит только с концов системы. В нашем решении волновое число бегущей волны является свободным параметром. Поэтому вопрос, какое именно решение реализуется и реализуется ли вообще этот режим, требует исследования нестационарной нелинейной задачи с начальными условиями.

Однако необходимым условием реализации рассматриваемого режима бегущей волны является его устойчивость к малым возмущениям, к изучению которой мы и переходим.

Положим $\theta_n = \theta_0 - q_1 n + \delta\theta_n$ и линеаризуем уравнения (15), считая $\delta\theta_n \ll 1$. В результате получим N действительных линейных уравнений для медленных изменений разностей фаз:

$$\beta \delta\ddot{\theta}_n + \delta\dot{\theta}_n + \sum_m K(n-m) (\delta\theta_n - \delta\theta_m) = 0, \quad (23)$$

где ядро определено формулой $K(n-m) = 0,5 \text{Re } iG(n-m) \exp[-iq_1(n-m)]$. Отыскивая решение в форме $\delta\theta_n = \delta\theta(q) \exp(iqn - i\omega t)$, мы придём к дисперсионному уравнению

$$-(\beta\omega^2 + i\omega) + Q(q) = 0, \quad (24)$$

где $Q(q) = K(0) - K(q)$, а фурье-преобразование ядра K выражается через фурье-преобразование ядра G следующими соотношениями:

$$K(q) = \frac{i}{4} [G(q + q_1) - G^*(-q_1 - q)], \quad K(0) = \frac{i}{4} [G(q_1) - G^*(-q_1)]. \quad (25)$$

Дисперсионное уравнение (24) определяет частоту $\omega = \omega(q; q_1, \omega_J)$ как функцию параметров q_1 и ω_J исходного нелинейного решения. Важно обратить внимание на существование нулевого собственного значения при $q = 0$, связанного с симметрией относительно глобального сдвига всех фаз. Итак, окончательно имеем дисперсионное уравнение $\beta\omega^2 + i\omega = Q$, где

$$Q(q, q_1) = \frac{i}{4} [G(q_1) - G^*(-q_1)] - \frac{i}{4} [G(q + q_1) - G^*(-q_1 - q)]. \quad (26)$$

Как нетрудно видеть, область устойчивости, определяемая условием $\text{Im}\omega < 0$, соответствует внутренней области параболы $\text{Re}Q > \beta(\text{Im}Q)^2$. Однако в рассматриваемом нами специальном случае функция G является чётной функцией волнового вектора ($G(q) = G(-q)$). Следовательно, функция $Q(q)$ действительна и условие устойчивости формулируется просто как $Q > 0$.

Для анализа устойчивости построим серию нулевых линий уровня на плоскости (q, q_1) , определяемых уравнением $Q(q, q_1) = 0$, при различных значениях остальных параметров. Типичные картины этих линий уровня для двух значений $\omega_J d/v$ изображены на рис. 2. Белая область соответствует условию $Q > 0$ и устойчивости режима бегущей волны. Если существует горизонтальная прямая $q_1 = q_s$, целиком лежащая в белой области, то соответствующий режим бегущей волны устойчив. Заметим очевидную симметрию относительно замен $q \rightarrow -q$ и $q_1 \rightarrow -q_1$, оставляющую коэффициент Q инвариантным. Эта симметрия явно проявляется в симметрии рисунка относительно поворота на угол π вокруг начала координат.

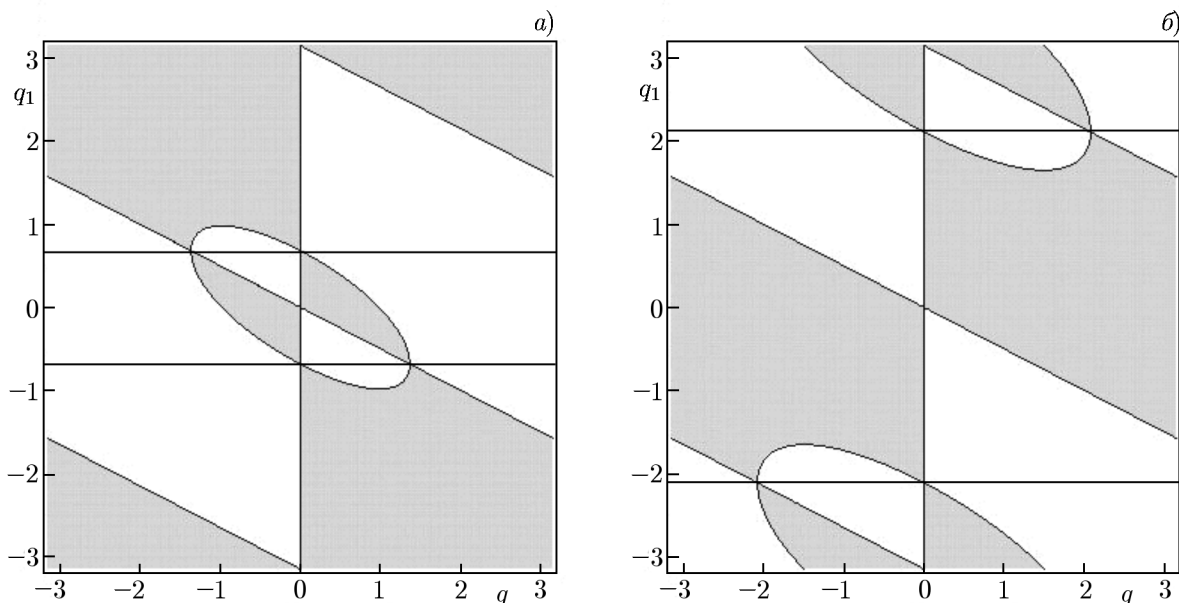


Рис. 2. Области устойчивости и неустойчивости режима бегущей волны на плоскости (q, q_1) для $\omega_J d/v = 0,3\pi/2$ (а) и $\omega_J d/v = 1,3\pi/2$ (б). Волновой импеданс линии равен $z_w = 4$, потери $\nu/v = 0,01$. Горизонтальными линиями отмечены волновые числа устойчивых решений типа бегущей волны. Видно, что с ростом параметра $\omega_J d/v$ волновое число устойчивой бегущей волны также растёт

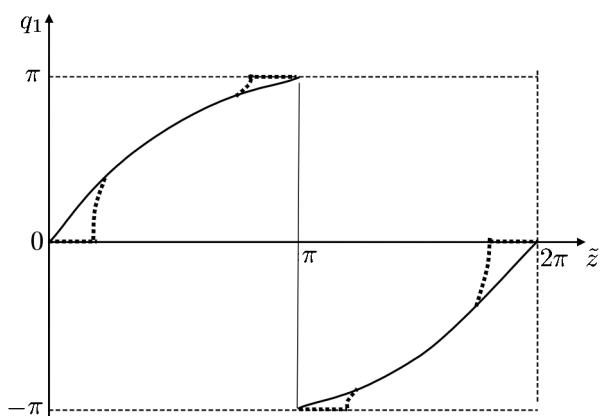


Рис. 3. Зависимость волнового числа бегущей волны q_1 в устойчивом режиме от элементарного периода $\tilde{z} = \omega_J d/v$. Пунктирными линиями показано искажение зависимости $q_1(\tilde{z})$ и возникновение чисто синфазных и чисто противофазных режимов из-за включения индуктивных закороток, делающих линию передачи периодической, с конечными запрещёнными зонами, даже в отсутствие джозефсоновских контактов

Параметр $Q(q, q_1 = q_s)$ везде положителен, за исключением двух точек, $q = 0$ и $q = q_{\min} = -2q_1$, что свидетельствует о безразличной, или маргинальной, устойчивости нелинейного решения по отношению к возбуждению мод с этими волновыми числами. Происхождение нулей функции $Q(q)$ связано с вырожденностью нелинейного решения. Точка $q = 0$ связана с симметрией нелинейного решения относительно трансляций и соответствует бесконечно малым возмущениям типа сдвига нелинейного решения как целого ($\theta_0 \rightarrow \theta_0 + \delta\theta_0$). Вторая точка, $q = q_{\min} = -2q_1$, связана с существованием нелинейного решения, отличающегося от рассматриваемого изменением направления распространения $q_1 \rightarrow -q_1$. Линейные возмущения с волновым вектором $q = q_{\min} = -2q_1$ как раз и соответствуют возможности возбуждения этой моды. Вырожденность нелинейных решений снимается в конечных системах из-за нарушения трансляционной инвариантности, запрещающей моду с $q = 0$. Наложением подходящих граничных условий на

разных концах системы можно снять вырождение $q = \pm q_1$.

С ростом безразмерного элементарного периода линии $\tilde{z} = \omega_J d/v$ график функции $q_1(\tilde{z})$ образует непрерывную кривую, качественно показанную на рис. 3.

Важно обратить внимание на отсутствие конечных зон устойчивости для чисто синфазного

($q_1 = 0$) и чисто противофазного ($q_1 = \pi$) режимов, за исключением выделенных точек $z = 0$ и π , что, казалось бы, противоречит общепринятым представлениям, сформулированным, например, в книге [11]. Это кажущееся противоречие объясняется тем, что мы рассматриваем линию передачи как распределённый объект, в котором отражение волн обусловлено только наличием джозефсоновских контактов. Другими словами, в отсутствие джозефсоновских контактов в спектре собственных мод линии передач нет выделенных частот. Дисперсионное уравнение, соответствующее нулю знаменателя в (10), отвечает отсутствию запрещённых зон. Это приводит к тому, что фазы отражённых волн в такой линии самосогласованно определяются фазой джозефсоновских осцилляций, что и приводит к непрерывной зависимости волнового числа бегущего нелинейного решения от безразмерного периода \tilde{z} .

В работах [11, 12] период линии моделировался с помощью сосредоточенных элементов. Мы покажем, что включение в линию таких элементов, например индуктивных закороток, приводит к возможности устойчивости как синфазных ($q_1 = 0$), так и противофазных ($q_1 = \pi$) режимов. Рассмотрим линию с индуктивными закоротками, расположенными чуть левее мест шивков, показанных на рис. 1 штриховыми линиями. Уравнения для бегущих в линии волн и высокочастотных осцилляций фазы в этом случае примут вид

$$\begin{aligned} b_n \exp(ik_J d) + c_n \exp(-ik_J d) &= \frac{z_w}{-i\omega_J L} (b_{n+1} - c_{n+1}) + b_{n+1} + c_{n+1}, \\ b_n \exp(ik_J d) - c_n \exp(-ik_J d) - \frac{i\omega_J \Psi_n}{z_w} &= (b_{n+1} - c_{n+1}), \\ -(\beta\omega_J^2 + i\omega_J)\Psi_n &= -i\chi_n + [b_n \exp(ik_J d) + c_n \exp(-ik_J d)]. \end{aligned}$$

Здесь, в отличие от уравнений (6), появились добавочные члены, учитывающие вклад индуктивной закоротки, L — её коэффициент самоиндукции. Появление индуктивных закороток делает линию периодической уже в отсутствие джозефсоновских контактов. Эти добавочные члены не меняют общего вида динамических уравнений, а просто приводят к изменению вида адмиттанса. Вместо выражения (10) мы имеем слегка модифицированную формулу

$$Y = \frac{-i \sin(k_J d) - \frac{z_w}{i\omega_J L} \cos(k_J d)}{2z_w \left[\cos q - \cos(k_J d) - \frac{z_w}{2\omega_J L} \sin(k_J d) \right]}, \quad (27)$$

переходящую в приведённую выше при достаточно большой индуктивности ($z_w/(\omega_J L) \rightarrow 0$). Приравнивая знаменатель к нулю, мы получим дисперсионное уравнение

$$\cos q = \cos(k_J d) + \frac{z_w}{2\omega_J L} \sin(k_J d),$$

определяющее спектр волн. При конечной индуктивности это спектр с конечными ширинами запрещённых зон, что должно повлиять на динамику рассматриваемой системы. Графики, иллюстрирующие влияние индуктивных закороток и появление устойчивых чисто синфазных и противофазных режимов, показаны на рис. 4. Рис. 4а отвечает устойчивому чисто синфазному режиму ($q_1 = 0$), реализующемуся в окрестностях значений периода $\tilde{z} = 2\pi n$, кратных длине волны в линии. Рис. 4б соответствует устойчивости чисто противофазного режима, имеющего место в окрестностях значений периода линии $\tilde{z} = \pi(2n + 1)$, кратных нечётному числу полувольт. Ширина областей существования чистых синфазного и противофазного режимов определяется соотношением индуктивности и волнового сопротивления линии. Следует обратить внимание на существенное отличие диаграмм устойчивости чистых синфазных и противофазных режимов от

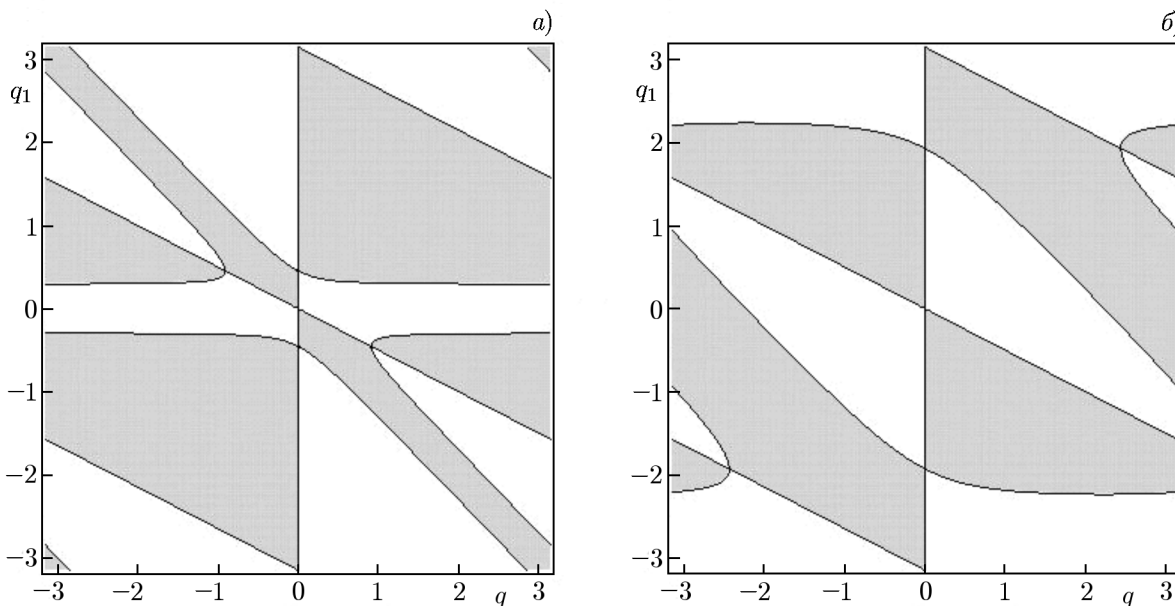


Рис. 4. Области устойчивости и неустойчивости синфазного ($q_1 = 0$) и противофазного ($q_1 = \pi$) режимов при конечной индуктивности закоротки $L = 10$ для двух значений параметра $\tilde{z} = \omega_J d/v$: для $\tilde{z} = 0,2\pi/2$ (а), что соответствует устойчивости синфазного режима, и для $\tilde{z} = 1,95\pi/2$ (б), что отвечает устойчивости противофазного режима. Волновой импеданс линии равен $z_w = 4$, потери $\nu/v = 0,01$. Синфазный и противофазный режимы становятся устойчивыми вблизи центра и края зоны Бриллюэна соответственно

диаграмм, соответствующих бегущим волнам, которые показаны на рис. 2. Для бегущих волн существуют две безразлично устойчивых моды, $q = 0$ и $q = q_{\min} = -2q_1$, а для чистых режимов остаётся только одна с $q = 0$. Появление устойчивых чисто синфазных и противофазных режимов показано на рис. 3 пунктирными линиями. Видно, что чистые режимы соответствуют центру и краю зоны Бриллюэна. Становится совершенно понятно, что возникновение чистых синфазных и противофазных режимов происходит из-за зонного характера спектра собственных волн линии в отсутствие джозефсоновских контактов. Эти чистые состояния реализуются вблизи центра и края зоны Бриллюэна, в то время как в глубине зоны реализуется режим бегущей волны.

Теперь обсудим возможность реализации режима бегущей волны в конечной системе с граничными условиями на концах. Граничные импедансы должны быть подобраны специальным образом, чтобы обеспечить в крайних секциях периодической линии амплитудные и фазовые соотношения между амплитудами встречных волн, близкие к соотношениям в бегущей волне в бесконечной системе. Для обеспечения плавной перестройки частоты необходимо согласованным образом плавно менять граничные условия, что может быть достигнуто путём использования электрически управляемых элементов на базе полупроводников или сверхпроводников. Это непростая задача, по-видимому, может быть решена только в определённых частотных диапазонах.

Чтобы описать реальные системы с джозефсоновскими контактами, такие как неоднородные линии передачи, цепи питания, сосредоточенные элементы, микроантенны, согласующие устройства и тому подобное, мы разработали программу прямого численного моделирования, самосогласованно рассчитывающую динамику электромагнитного поля и джозефсоновских контактов.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ АНТЕНН

Как мы видели в предыдущих разделах, для описания динамики джозефсоновских контактов и просто для формулирования динамических уравнений типа (16) необходимо знать матрицу адмиттансов, задающую связь между контактами. Эта матрица определяется электродинамическим окружением, и каждый матричный элемент представляет собой сложную функцию частоты, что во временном представлении соответствует сложному нелокальному интегральному оператору (17). Если джозефсоновская система имеет малые (по сравнению с длиной волны) размеры, то матричные элементы адмиттансов представляют собой рациональные функции частоты, или, другими словами, определяются взаимными ёмкостями, индуктивностями и сопротивлениями. Во временном представлении это соответствует тому, что операторы адмиттансов могут быть представлены дифференциальными по времени операторами конечного порядка и вся динамическая система типа (16) представляет собой систему дифференциальных уравнений. Если же размер системы сравним с длиной волны или превышает её, то важны эффекты запаздывания и (16) является системой нелинейных интегродифференциальных уравнений. Однако ситуация ещё сложнее: в определённом смысле матрица адмиттансов в системе типа (16) просто не определена. Дело в том, что в общем случае открытых систем, и это хорошо известный факт в теории антенн [13], распределение тока в антенне зависит от распределения электродвижущих сил по антенне. А это значит, что сами матрицы взаимных адмиттансов являются функционалами от распределения фаз осцилляций джозефсоновских контактов. Чтобы разобраться в этих сложных вопросах, было предпринято численное моделирование на основе прямого численного решения уравнений Максвелла совместно с уравнениями динамики джозефсоновских контактов.

Для изучения нелинейной динамики активных джозефсоновских антенн нами была разработана программа, основанная на прямом решении уравнений Максвелла методом FDTD и самосогласованном решении нелинейных уравнений, описывающих динамику джозефсоновских контактов. Применение стандартных пакетов электродинамического моделирования типа «CST Microwave Studio» [14] к рассматриваемой задаче оказывается невозможным из-за необходимости самосогласованного расчёта динамики джозефсоновских контактов.

В качестве примера для расчётов мы выбрали джозефсоновскую систему, аналогичную однопроводной антенне бегущей волны, называемой антенной Бевериджа [10]. Моделируемая джозефсоновская система представляет собой систему тонких идеальных проводников, сосредоточенных линейных элементов, таких как ёмкости, индуктивности, сопротивления и источники постоянных электродвижущих сил, и нелинейных активных элементов — джозефсоновских контактов. Эти элементы располагаются на поверхности диэлектрической пластинки и взаимодействуют между собой через электромагнитное поле в окружающем пространстве. Пример такой системы, который представляет собой антенну в виде прямого провода с включёнными в неё пятью джозефсоновскими контактами, цепями питания от двух батарей с большим внутренним сопротивлением, размещёнными на плоской поверхности диэлектрической подложки, показан на рис. 5.

Для численного моделирования динамики полей уравнения Максвелла представлялись конечно-разностной схемой, впервые предложенной в работе [15]. Эта схема получается путём записи уравнений для компонент полей на сетке с элементарной ячейкой в форме параллелепипеда. Компоненты E_x , E_y , E_z электрического поля считаются определёнными на соответствующих рёбрах элементарных ячеек сетки, а компоненты B_x , B_y , B_z магнитного поля — в центрах граней. Векторные дифференциальные операции дивергенции и ротора представляются как потоки через грани и циркуляции по рёбрам элементарных ячеек соответственно. Для осуществления шага по времени применяется явный метод Эйлера (FDTD). В настоящее время он используется для широкого круга задач, от расчёта микроантенн до моделирования распространения волн в

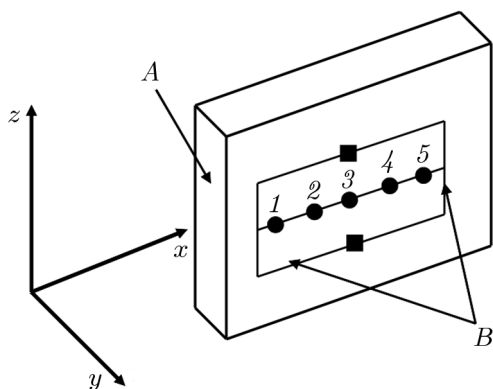


Рис. 5. Схема простейшей джозефсоновской антенны, представляющей собой прямой провод с включёнными джозефсоновскими контактами 1–5, размещёнными на диэлектрической подложке А. Кружками показаны джозефсоновские контакты, квадратами — батареи питания, идеальные провода обозначены буквой В. Также показана используемая система координат

городской застройке [16].

Моделируемая джозефсоновская антенна состоит из идеальных проводников, тонких по сравнению со всеми характерными масштабами, так что поперечное распределение тока в них можно считать однородным. Эти провода, как и компоненты электрического поля, считаются сосредоточенными на рёбрах сетки. Граничное условие на идеальном проводнике, соответствующее равенству нулю тангенциальной компоненты поля, моделируется равенством нулю поля на соответствующем ребре. Джозефсоновский контакт моделируется выделенным ребром сетки, динамика поля на котором определяется не свободным уравнением Максвелла, а уравнениями джозефсоновского контакта. Динамика контакта описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений для разности фаз φ и соответствующей компоненты электрического поля, скажем E_x , на содержащем контакт ребре сетки:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2\pi}{\Phi_0} E_x d, \quad dC \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{dE_x}{R} + I_c \sin \varphi = I, \quad I = S \left(\text{rot} \mathbf{B} - \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)_x. \quad (28)$$

В этом уравнении Φ_0 — квант потока магнитного поля, C и R — ёмкость и внутреннее сопротивление контакта, I_c — критический ток контакта, d и S — длина ребра и площадь ортогональной к нему грани выделенной ячейки сетки соответственно, ε_0 — электрическая постоянная. В программе эта система уравнений решается полуняевным методом Кранка–Николсона [17]. Заметим, что аналогичным образом может быть смоделирован любой сосредоточенный элемент: необходимо просто заменить динамическое уравнение (28) соотношением между током и напряжением соответствующего элемента. Источник питания также моделируется выделенным ребром сетки, на котором динамика электрического поля описывается уравнениями

$$IR_b = dE_x - \mathcal{E}, \quad I = S \left(\text{rot} \mathbf{B} - \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)_x. \quad (29)$$

Здесь \mathcal{E} — электродвижущая сила источника, R_b — его внутреннее сопротивление, индекс b означает номер источника. Для решения этого уравнения также используется неявная схема.

Вся моделируемая схема, включающая провода, джозефсоновские контакты, источники питания и диэлектрическую подложку, окружена некоторым свободным пространством, ограниченным снаружи слоем специальной искусственной среды, моделирующей безотражательные граничные условия. В литературе описано много различных типов таких граничных условий [16]. Здесь мы используем граничные условия в виде идеального согласованного («Perfectly Matched Layer», PML) [18, 19]. Толщина слоя искусственной среды выбирается достаточно большой, чтобы добиться пренебрежимо малого отражения. На наружной поверхности этого безотражательного слоя ставятся нулевые условия для тангенциальных компонент электрического поля. Таким образом, формулируется замкнутая математическая модель для описания динамики джозефсоновской схемы и окружающего её поля. Описываемая здесь программа трёхмерного моделирования является развитием двумерной модели, предложенной нами ранее [20].

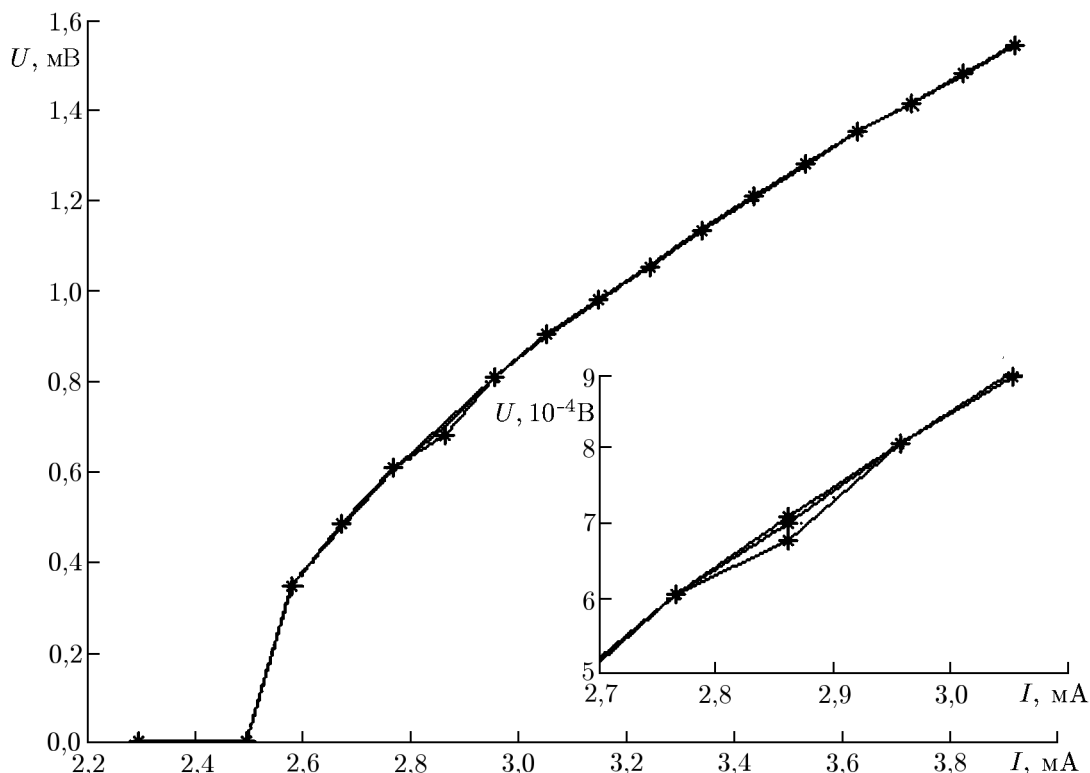


Рис. 6. Вычисленные вольт-амперные характеристики джозефсоновских контактов, возбуждающих антенну. Контакты идентичны, их параметры равны $C = 100$ пФ, $R = 0,5$ Ом, $I_c = 2,5$ мА. Можно различить области, где вольт-амперные характеристики совпадают, и области, где кривые заметно различаются. На вставке показана одна из областей, где характеристики контактов различаются. Видны три кривые, они соответствуют контактам 1, 5; 2, 4 и 3 (см. рис. 5). Вольт-амперные кривые контактов, расположенных симметрично относительно центрального контакта 3, совпадают. Совпадение вольт-амперных кривых свидетельствует о равенстве частот осцилляций, несовпадение — об отсутствии синхронизации

Задание в начальный момент времени джозефсоновских фаз контактов и электрического и магнитного полей на сетке позволяет начать счёт, который последовательно продолжается до установления стационарного режима в каждом контакте. Затем, после выхода на режим стационарных осцилляций, вычисляются временные средние и фурье-амплитуды напряжений и токов I_b на джозефсоновских контактах. Знание этих величин позволяет найти энергетические характеристики, такие, например, как потребляемую микросхемой от батарей мощность $\Sigma_b \mathcal{E}_b \bar{I}_b$, где сумма берётся по всем элементам питания, и мощность, диссипируемую на сопротивлениях контактов и внутренних сопротивлениях батарей $\Sigma_m R_m^{-1} \overline{U_m^2} + \Sigma_b R_b \overline{I_b^2}$. Здесь R_m и U_m — активное сопротивление m -го джозефсоновского контакта и напряжение на нём соответственно. Разность потреблённой и диссипируемой мощностей даёт интегральную мощность, излучаемую в открытое пространство. Кроме интегральных мощностей, используя фурье-преобразование по времени, мы можем вычислять потребляемые и диссипируемые мощности на фиксированных частотах. Например, потребляемая одиночным контактом мощность равна $P_c = \text{Re}(U_\omega I_\omega^*)/2$, диссипируемая мощность $P_d = \text{Re}(R^{-1} U_\omega U_\omega^*)/2$, а их разность даёт работу сверхтока каждого контакта $P_s = \text{Re}[I_c (\sin \varphi)_\omega U_\omega^*]/2$, которая идёт на излучение в открытое пространство и на диссипацию в элементах питания. Здесь I_ω и U_ω — фурье-амплитуды тока и напряжения на соответствующем контакте, $(\sin \varphi)_\omega$ — фурье-преобразование функции $\sin \varphi$. Изменяя напряжение питания \mathcal{E}_b на

небольшую величину, используя значения переменных в конечный момент времени в качестве начальных для нового значения \mathcal{E}_b и многократно повторяя расчёты, можно построить зависимость всех физических величин от напряжения питания.

На рис. 6 мы приводим вычисленные вольт-амперные характеристики всех пяти контактов. Можно различить области, где вольт-амперные характеристики совпадают, и области, где кривые заметно различаются. Совпадение вольт-амперных кривых свидетельствует о равенстве частот осцилляций, несовпадение — об отсутствии синхронизации.

На рис. 7 изображена суммарная мощность $P_s = \text{Re}[\sum_m (U_{m\omega} I_{m\omega}^* - R^{-1} U_{m\omega} U_{m\omega}^*)/2]$ сверхтока как функция напряжения смещения \mathcal{E}_b . Величины $U_{m\omega}$ и $I_{m\omega}$ — это фурье-амплитуды напряжения и тока на m -м контакте, вычисленные на гармонике джозефсоновской частоты, соответствующей максимуму амплитуды переменного тока $I_{1,\omega}$ первого контакта. За вычетом небольшой мощности, диссипируемой на внутренних сопротивлениях батарей, которые берутся достаточно большими (200 Ом), эта кривая характеризует мощность излучения в открытое пространство. Видно, что моделируемая система довольно узкополосна, интенсивность излучения сильно меняется с частотой. В зависимости от тока смещения зоны с большой интенсивностью излучения чередуются. Максимальная интенсивность излучения составляла $P_{\text{rad}} \approx 2,4 \cdot 10^{-8}$ Вт при токах смещения порядка 3 мА, что соответствует довольно хорошему коэффициенту преобразования энергии батарей в излучение на уровне одного процента.

Для нахождения углового распределения интенсивности излучения на фиксированной частоте мы использовали стандартную методику пересчёта ближнего поля в дальнее [16]. Эта методика применялась следующим образом. Всё время моделирования для каждого напряжения смещения разбивалось на три отрезка. На первом этапе мы просто ждали установления режима стационарных осцилляций. На втором этапе, который являлся продолжением первого, по записанной реализации тока через первый контакт вычислялись фурье-гармоники и находилась частота, на которой гармоника тока была максимальной. На третьем отрезке времени моделирования, уже зная частоту ω , на некоторой поверхности, имеющей форму параллелепипеда, вычислялись фурье-гармоники тангенциальных к поверхности электрических и магнитных полей и определялись электрические $\mathbf{j}_e = [\mathbf{n} \times \mathbf{H}_\omega]$ и магнитные $\mathbf{j}_m = -[\mathbf{n} \times \mathbf{E}_\omega]$ поверхностные токи, где \mathbf{n} — наружная нормаль к поверхности. Эта поверхность охватывала моделируемую схему вместе с диэлектрической подложкой и лежала внутри вакуумной области, не доходя до границы безотражательного слоя. Затем по значениям комплексных амплитуд токов на поверхности с помощью стандартных формул вычислялись поля в дальней зоне, вектор Пойнтинга и диаграммы направленности излучения. На рис. 8 приведён пример диаграммы направленности излучения, которая вычислена для напряжения смещения, соответствующего максимуму мощности сверхтока. Видна сильная вытянутость диаграммы направленности вдоль оси x , совпадающей с ориентацией провода, на котором расположены джозефсоновские контакты. Это свидетельствует о реализации режима бегущей волны.

Интегрирование диаграммы направленности по всем углам даёт полную мощность излучения. Для диаграммы, показанной на рис. 8, полная мощность излучения оказывается равной $2,28 \times 10^{-8}$ Вт, что оказывается чуть меньше значения $2,41 \cdot 10^{-8}$ Вт, оценённого по работе сверхтока (см. рис. 7).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели возможность реализации режима бегущей волны в многоконтактных джозефсоновских системах. Для простейших вариантов открытых джозефсоновских линий мы показали, что на основе систем с бегущей волной возможно создание эффективного джозефсоновского

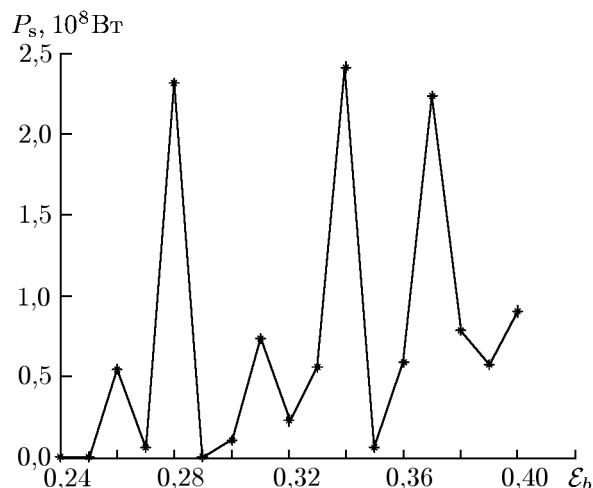


Рис. 7. Зависимость суммарной мощности P_s сверхтока, характеризующая излучение в открытом пространстве, от напряжения смещения. Видна большая изрезанность кривой, которая обусловлена сильной зависимостью электродинамических параметров связи и условий согласования от частоты

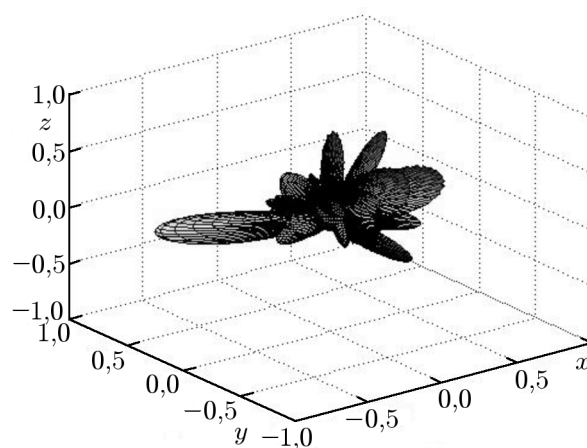


Рис. 8. Диаграмма направленности излучения, создаваемого моделируемой джозефсоновской антенной, для напряжения смещения 0,34 В, соответствующего максимуму мощности сверхтока, показанному на рис. 7. Видна выраженная асимметрия излучения в направлении оси x , что свидетельствует о реализации режима бегущей волны. Многолепестковость диаграммы обусловлена большим (по сравнению с длиной волны излучения) размером антенны

генератора терагерцового и субтерагерцового диапазонов частот. Бегущая волна в линии обеспечивает идентичность электродинамических условий, в которых находятся контакты, а отток энергии на излучение в боковом направлении препятствует насыщению нелинейности индивидуальных контактов, имеющих малый динамический диапазон. Была разработана программа прямого численного моделирования джозефсоновских микросхем, таких как микроантенны, сосредоточенные элементы и цепи питания. С помощью этой программы изучена модель джозефсоновской антенны, аналогичная простейшей однопроводной антенне. Продемонстрирована возможность реализации режима бегущей волны.

Работа выполнена при поддержке РФФИ НКВ и ИАШ и Российского научного фонда (ВВК, проект 15-12-10020).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Josephson B. D. // Phys. Lett. 1962. V. 1. P. 251.
2. Van Duzer T., Turner Ch. W. Principles of superconductive devices and circuits. Upper Saddle River, New Jersey, USA: Prentice Hall, 1999. 448 p.
3. Darula M., Doderer T., Beuven S. // Sci. Technol. 1999. V. 12. P. R1.
4. Barbara P., Cawthorne A. B., Shitov S. V., Lobb C. J. // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 82. P. 1963.
5. Benz S. P., Burroughs C. J. // Appl. Phys. Lett. 1991. V. 58. P. 2162.
6. Koshelets V. P., Shitov S. V. // Sci. Technol. 2000. V. 13. P. R53.
7. Ozyuzer L., Koshelev A. E., Kurter C., et al. // Science. 2007. V. 318. P. 1291.
8. Whelp U., Kadowaki K., Kleiner R. Nature Photonics. 2013. V. 7. P. 702.

9. Galin M. A., Klushin A. M., Kurin V. V., et al. // *Sci. Technol.* 2015. V. 28. Art. no. 055002.
10. Balanis C. A. *Antenna Theory: Analysis and Design*. Hoboken, New Jersey, USA: Wiley-Interscience, 2005. 1136 p.
11. Лихарев К. К. Введение в динамику джозефсоновских переходов. М.: Наука, 1985. 320 с.
12. Jain A. K., Likharev K. K., Lukens J. E., Sauvageau J. E. // *Phys. Reports.* 1984. V. 109, No. 6. P. 309.
13. Леонтович М. А., Левин М. Л. // *Журн. техн. физики.* 1944. Т. 14. С. 481; Леонтович М. А. // *Теоретическая физика.* 1985. С. 291.
14. <http://www.cst.com/Content/Products/MWS/Overview.aspx>
15. Yee K. S. // *IEEE Trans. Anten. Propagat.* 1966. V. 14. P. 302.
16. Taflov A., Hagness S. C. *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Norwood, Massachusetts, USA: Artech House. 2005. 1038 p.
17. Crank J., Nicolson P. // *Proc. Camb. Phil. Soc.* 1947. V. 43, No. 1. P. 50.
18. Korada R., Umashankar A. T., Benjamin B. // *IEEE Trans. Anten. Propagat.* 1987. V. AP-35, No. 11. P. 1248.
19. Berenger J. P. // *J. Comput. Phys.* 1996. V. 127. P. 363.
20. Shereshevskii I. A., Klushin A. M., Kurin V. V., Vdovicheva N. K. // *Proc. Int. Conf. Days Diffraction.* 26–30 May, 2014, St.-Petersburg, P. 198.

Поступила в редакцию 8 июля 2016 г.; принята в печать 20 сентября 2016 г.

JOSEPHSON TRAVELING-WAVE ANTENNAS

V. V. Kurin, N. K. Vdovicheva, and I. A. Shereshevsky

We propose a new approach to the problem of obtaining coherent radiation from systems with a great number of Josephson contacts, which is based on the concept of traveling-wave antennas. The traveling wave in a line ensures identity of the electrodynamic conditions, under which the contacts operate, and the energy release into radiation in the lateral direction prevents saturation of the non-linearity of the individual contacts having a small dynamic range. Simple analytical models, which demonstrate feasibility of the traveling-wave regime, are considered. A code for direct numerical simulation of Josephson microchips including microantennas, lumped circuit elements, and power supply circuits, have been developed. Using the direct numerical simulation, a version of the Josephson antenna, which is similar to a simplest single-wire antenna, is studied, and the possibility to realize the traveling-wave regime is demonstrated.