

Институт физики микроструктур РАН—филиал
Федерального государственного бюджетного научного учреждения
«Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной физики Российской академии наук»

На правах рукописи

Марычев Павел Михайлович

СТАЦИОНАРНЫЕ НЕОДНОРОДНЫЕ СОСТОЯНИЯ В ТОКОНЕСУЩИХ КВАЗИОДНОМЕРНЫХ
СВЕРХПРОВОДНИКАХ

Специальность 01.04.07 —
«Физика конденсированного состояния»

Диссертация на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
Водолазов Д.Ю.

Нижний Новгород – 2019

Оглавление

Введение	3
1. Неоднородные состояния в квазиодномерных сверхпроводниках	12
2. Пороговые флуктуации в сверхпроводящих токонесущих мостиках	20
2.1 Введение	20
2.2 Пороговые флуктуации в сверхпроводящих мостиках конечной длины вблизи критической температуры	20
2.3 Влияние дефектов на $\delta F_{thr}(I)$	28
2.4 Энергия пороговых флуктуаций при произвольных температурах	31
2.5 Выводы	38
3. Фазовые солитоны в двузонных сверхпроводящих токонесущих мостиках	39
3.1 Введение	39
3.2 Модель	39
3.3 Индуцированные солитонами осцилляции критического тока в двузонных сверхпроводящих мостиках	42
3.3.1 Токовые состояния в двузонных сверхпроводниках без межзонной джозефсоновской связи	42
3.3.2 Случай конечной межзонной джозефсоновской связи	45
3.3.3 Влияние большого времени релаксации $ \Delta_k $ на осцилляции критического тока	47
3.4 Флуктуационное образование фазовых солитонов	49
3.4.1 Пороговая энергия образования проскальзывания фазы в системе без межзонной джозефсоновской связи	50
3.4.2 Флуктуационное образование фазовых солитонов в системах с конечной межзонной связью	54
3.5 Выводы	54
4. Продольное состояние Фульде-Феррелла в гибридной структуре сверхпроводник/ферромагнетик/нормальный металл при наличии тока или магнитного поля	57
4.1 Введение	57

4.2	Модель	57
4.3	Трёхслойная S/F/N структура в параллельном поле	60
4.4	Продольное состояние ФФ при конечном токе	64
4.5	Переходы $\pi \rightarrow \Phi\Phi$ в S/F/N/F/S структурах	65
4.6	Выводы	70
	Заключение	74
	Литература	75
	Список публикаций автора по теме диссертации	82

Введение

Актуальность темы исследования

Фундаментальным свойством сверхпроводников, открытых Камерлинг-Оннесом в 1911 году, является нулевое электрическое сопротивление. При понижении температуры до критической температуры сверхпроводящего перехода T_c сопротивление проводника резко падает до нуля и остаётся нулевым при токах вплоть до критического тока I_c . Отсутствие диссипации в сверхпроводниках делает выгодным их применение в электронике, где использование сверхпроводящих соединений или логических схем может значительно уменьшить энергозатраты. Кроме того, сверхпроводниковые кубиты являются перспективной основой квантовых компьютеров. Однако, в случае сверхпроводящих образцов достаточно малого размера (к примеру, сверхпроводящих плёнок и проволок) переход не является резким, и падение сопротивления происходит в конечном температурном интервале. Размытие сверхпроводящего перехода связано с наличием тепловых флуктуаций, разрушающих сверхпроводимость. Этот эффект становится более выраженным с уменьшением размерности сверхпроводящего образца. Более того, в сверхпроводящих структурах с достаточно малыми поперечными размерами возможно возникновение ненулевого сопротивления даже при низких температурах из-за квантовых флуктуаций. Современное развитие нанотехнологий позволяет создавать проволоки очень малых толщин, вплоть до диаметра 5 нм. Из-за необходимости в миниатюризации, такие низкоразмерные системы могут найти применение в современной электронике, в связи с чем флуктуационные эффекты в нанопроводах представляют большой интерес.

Рассматриваемые далее сверхпроводящие провода и узкие мостики, в которых сильнее всего проявляются флуктуационные эффекты, классифицируются как квазиодномерные. Такие сверхпроводники являются квазиодномерными в том смысле, что их поперечные размеры достаточно малы, чтобы сверхпроводящий параметр порядка был постоянным в поперечном направлении, и тогда можно учитывать изменения параметра порядка только вдоль сверхпроводника. Чтобы сверхпроводник можно было считать квазиодномерным, его поперечные размеры должны быть порядка или меньше зависящей от температуры длины когерентности ξ . При больших размерах в сверхпроводнике могут возникать вихри, приводящие к поперечной неоднородности параметра порядка. Известно [1, 2], что при ширине сверхпроводящей плёнки меньше 1.8ξ вихри не возникают в плёнке при любом перпендикулярном ей поле вплоть до поля разрушения сверхпроводимости. Однако, вихри могут возникать в от-

существование внешнего магнитного поля флуктуационным образом. Таким вихрям соответствует седловое состояние сверхпроводящей системы, являющееся неустойчивым и стационарным. Помимо того, также возможно существование безвихревых седловых состояний, являющихся неоднородными только в продольном направлении и характерных для квазиодномерных сверхпроводников. В работах [3, 4] было показано, что при ширине плёнки меньшей 4.4ξ в отсутствие магнитного поля в плёнке существуют только безвихревые седловые состояния, и тогда плёнку можно рассматривать как квазиодномерный сверхпроводник. При ширине 4.4ξ возможны оба типа седловых состояний, но энергетически выгодным является вихревое состояние. Однако, в работе [5] было показано, что этот результат применим только для малых токов $I \ll I_c$, а при токах, близких к току распаривания, безвихревые седловые состояния обладают меньшей энергией, чем вихревые, даже при ширинах $w \gg 4.4\xi$, и флуктуационное переключение может происходить аналогично квазиодномерным сверхпроводникам. Таким образом, критерий применимости квазиодномерной модели не является универсальным и зависит от тока и магнитного поля.

Впервые влияние флуктуаций на квазиодномерные сверхпроводники было рассмотрено в рамках теории Гинзбурга-Ландау в работах Литтла [6], а также Лангера и Амбегаокара [7]. В этих работах в качестве механизма образования конечного сопротивления был предложен процесс проскальзывания фазы. В ходе этого процесса под действием тепловых флуктуаций параметр порядка подавляется в одной из точек сверхпроводника, и в той же точке происходит скачок фазы параметра порядка на 2π , после чего модуль параметра порядка восстанавливает своё первоначальное значение. При этом, согласно соотношению Джозефсона, изменение фазы приводит к появлению напряжения. Для перехода между сверхпроводящими состояниями до и после проскальзывания фазы системе необходимо преодолеть энергетический барьер δF_{thr} . Таким образом, частота проскальзываний фазы и, соответственно, сопротивление квазиодномерного сверхпроводника определяется законом Аррениуса $\exp(-\delta F_{thr}/k_B T)$, т.е. в основном величиной барьера. Согласно Лангеру и Амбегаокару [7], величина этого барьера определяется ближайшим к минимуму энергии седловым состоянием, которое является неустойчивым и пространственно-неоднородным, но при этом оно, как и состояние с минимальной энергией, стационарно, т.е. также удовлетворяет уравнению Гинзбурга-Ландау. Было получено выражение для седлового состояния в случае длинных (длина сверхпроводника $L \gg \xi$) проволок вблизи критической температуры, где тепловые флуктуации играют основную роль. В недавнее время стали активно исследоваться экспериментально квантовые флуктуации в квазиодномерных сверхпроводниках. В этом случае проскальзывание фазы происходит благодаря не преодолению барьера, а туннелированию через него, и сопротивление описывается законом $\exp(-\delta F_{thr}/\hbar\omega_0)$, где ω_0 – эффективная частота попыток, по порядку соответствующая сверхпроводящей щели. Таким образом, квантовые проскальзывания фазы, в отличие от тепловых, могут оказывать значимое влияние при низких температурах, что требует обобщения результатов Лангера и Амбегаокара для седлового состояния на весь температурный диапазон ниже T_c . Кроме того, появление сверхпроводящих мостиков с длиной порядка длины когерентности делает интересным поиск седлового

состояния для коротких мостиков, в которых можно ожидать влияния длины мостика на величину барьера.

В последние годы, помимо развития методов изготовления низкоразмерных структур, были также открыты новые типы сверхпроводников. В 2001 году была открыта [8], что в MgB_2 существует два сверхпроводящих параметра порядка, связанных с различными поверхностями Ферми. Впоследствии двузонная сверхпроводимость была открыта во многих других материалах, включая некоторые бинарные соединения и пниктиды железа. Наличие двух параметров порядка в сверхпроводнике приводит к различным новым состояниям, включая стационарные, невозможным в обычном однозонном сверхпроводнике. В квазиодномерных системах таким уникальным для двузонных сверхпроводников стационарным пространственно-неоднородным состоянием является фазовый солитон, чьё существование было предсказано в работе Танаки 2001 года [9]. В основном состоянии разность фаз параметров порядка является однородной и принимает значения, равные 0 или π (в зависимости от характера межзонной связи). Фазовый солитон представляет собой неоднородное, кинкоподобное распределение межзонной разности фаз, на протяжении которого она меняется на 2π . Создание и обнаружение фазовых солитонов является нетривиальной задачей, и на настоящий момент свидетельства их существования весьма немногочисленны и представлены в основном в искусственных двузонных структурах, в которых различные параметры порядка соответствуют разным тонким сверхпроводящим плёнкам. В связи с этим влияние фазовых солитонов на свойства сверхпроводящей системы, через которое их можно обнаружить, представляет значительный интерес.

Другим интересным стационарным неоднородным состоянием является состояние Фульде-Феррелла-Ларкина-Овчинникова (ФФЛО) [10, 11], предсказанное для сверхпроводников с достаточно большой зеемановской энергией и представляющее собой модулированное сверхпроводящее состояние. Оно может возникнуть в квазиодномерных и квазидвумерных сверхпроводниках при приложении сильного параллельного магнитного поля. Аналогичное состояние может возникать в структурах сверхпроводник/ферромагнетик. Вызванное обменным полем магнетика зеемановское расщепление энергии Ферми приводит к компенсирующему изменению кинетической энергии пары и появлению у неё ненулевого импульса, из-за чего сверхпроводящие корреляции не только затухают, но и осциллируют в ферромагнетике в перпендикулярном слое направлению. Эти осцилляции представляют собой поперечное состояние ФФЛО. Кроме того, в этих структурах из-за обменного поля возникают спинтриплетные сверхпроводящие корреляции в слое ферромагнетика, соответствующие парам электронов с полным спином 1. Недавно было показано [12], что в гибридных структурах с определёнными параметрами достаточно большая амплитуда триплетных корреляций может привести к формированию модулированного в плоскости структуры сверхпроводящего состояния – продольного состояния ФФЛО. Наличие продольного состояния ФФЛО в мостиках из гибридных структур может привести к появлению у таких структур необычных свойств. Триплетные сверхпроводящие корреляции приводят к возникновению парамагнитных мейснеровских токов, которые в состоянии ФФЛО полностью компенсируют диамагнит-

ные токи, и в итоге эффект Мейснера в такой структуре исчезает. Наличие парамагнитных токов и исчезновение эффекта Мейснера являются причиной необычной немонотонной зависимости экранирующих свойств гибридной структуры. Подобный немонотонный характер зависимости сохраняется даже при параметрах структуры, близких к области существования состояния ФФЛО. Кроме того, приложение внешнего параллельного магнитного поля может увеличить критическую температуру структуры, находящейся в состоянии ФФЛО.

Степень разработанности темы

Процесс проскальзывания фазы был впервые введен в работе Литтла [6] 1967 года в качестве механизма затухания сверхпроводящего тока в тонких кольцах. В его работе энергетический барьер, который системе под действием флуктуаций необходимо преодолеть для проскальзывания фазы, оценивался, исходя из предположения о полном подавлении сверхпроводимости на участке кольца порядка длины когерентности. В том же году в работе Лангера и Амбегаокара [7] на основе теории Гинзбурга-Ландау была построена количественная теория для энергетического барьера в длинном (длина $L \gg \xi$) сверхпроводящем проводе и найдена зависимость барьера от протекающего через провод тока. Для этого, помимо минимального однородного состояния, авторами было найдено выражение для ближайшего к минимуму седлового состояния системы. Неоднородное в пространстве седловое состояние, как и соответствующее минимуму однородное состояние, является стационарным (но неустойчивым) и потому удовлетворяет уравнению Гинзбурга-Ландау, что позволило найти аналитическое выражение для распределения параметра порядка в седловом состоянии. Лангер и Амбегаокар искали седловое состояние в режиме заданного напряжения, но, как было показано в работе [13], полученные результаты применимы и в случае заданного тока, обычно реализуемого в экспериментах. Поскольку их результаты получены в рамках теории Гинзбурга-Ландау, они строго применимы только вблизи критической температуры. Обобщение результатов для седлового состояния на произвольные температуры было сделано на основе микроскопической теории в работах [14, 15]. В работе [14] зависимости энергетического барьера от температуры и тока были рассчитаны в чистом пределе на основе уравнений Эйленбергера для длинного провода в одноканальном приближении. Однако, величина барьера оказалась значительно завышенной при конечных токах, поскольку не был учтен вклад, связанный с работой источника тока. В работе [15] была рассчитан барьер мостиков в грязном пределе на основе теории Узаделя. Авторы обнаружили, что полученная вблизи сверхпроводящего перехода токовая зависимость со степенью $5/4$ сохраняется в широком диапазоне температур. Однако, во всех этих работах были рассмотрены только длинные квазиодномерные сверхпроводники, и не рассматривался случай произвольных длин, в частности малых, когда длина сверхпроводника начинает влиять на величину барьера.

В пределе малых токов результаты Лангера и Амбегаокара были подтверждены в работах [16, 17] в измерениях сопротивления оловянных вискерсов. Вид зависимости энергетического барьера от тока в нанопроводах экспериментально впервые был получен на основе

анализа статистики токов переключения в работе [18] и в дальнейшем в работах [19–23]. Однако, в работах [20, 21] наблюдалось расхождение с токовой зависимостью δF_{thr} , полученной ранее в теоретических работах для длинных проводов. Попытка объяснить это расхождение была предпринята Хлебниковым [24]. Им была разработана модель, в которой мостик рассматривался как дискретная цепочка узлов, соединённых сверхпроводящими связями. При этом не было учтено подавление параметра порядка в сверхпроводнике. Также неясно, насколько данная модель применима к работам [20, 21].

Неоднородные в пространстве фазовые солитоны в двузонных сверхпроводниках были предсказаны на основе теории Гинзбурга-Ландау в 2001 году в работе Танаки [9]. В работе [25] было показано на основе численных расчётов, что фазовые солитоны будут устойчивы только в сверхпроводниках со слабой межзонной связью. Поскольку в основном состоянии фазовые солитоны, как правило, отсутствуют, были предложены различные методы их создания. Возбуждение подобных объектов предполагает создание каких-либо неравновесных условий. Гуревич и Винокур в своей работе [26] предложили возбуждать фазовые солитоны в двузонных сверхпроводниках электрическим полем. Предложенным источником являлась граница сверхпроводящей проволоки с нормальным контактом. Также возможно создание фазовых солитонов в равновесном состоянии. Для этого сверхток в зоне с меньшей амплитудой сверхпроводящего параметра порядка должен превышать критический ток этой зоны. Это приведёт к проскальзываниям фазы в такой зоне, что, в свою очередь, породит фазовый солитон в мостике, как было показано в работе [27]. Поскольку проскальзывания фазы могут возникать флуктуационным образом, представляет интерес возможность флуктуационного образования фазовых солитонов, не рассмотренная ранее. Кроме того, в предыдущих работах рассматривались длинные мостики. Случай короткого двузонного сверхпроводящего мостика, помимо токовых состояний в длинном мостике, был рассмотрен в работе [28], однако авторы ограничивали своё рассмотрение однородным распределением межзонной разности фаз. Вопрос о влиянии размеров квазиодномерного сверхпроводника на систему с фазовыми солитонами ранее не рассматривался. Косвенные свидетельства существования фазовых солитонов наблюдались в искусственных многозонных структурах, таких как мезоскопические алюминиевые кольца [29] и двуслойная структура из тонких плёнок ниобия [30], а также есть свидетельства их существования, полученные в экспериментах с плёнками купратов [31].

Продольное состояние Фульде-Феррелла-Ларкина-Овчинникова, неоднородное в параллельном сверхпроводящей плёнке направлении, в гибридных структурах сверхпроводник/ферромагнетик (S/F) было предсказано в работе [12]. В этой работе было показано, что переход в такое состояние из однородного вдоль слоёв сопровождается исчезновением диамагнитного мейснеровского отклика структуры. В работе [32] было теоретически показано, что для реализации такого состояния выгодны S/F/N структуры, где N – нормальный металл с проводимостью, много большей проводимости S слоя в нормальном состоянии. Для таких систем продольное состояние ФФЛО может быть реализовано в области параметров, соответствующих реальным материалам, широко используемым в сверхпроводящей электронике. Кроме того, было показано, что из-за большого вклада триплетных сверхпроводящих

корреляций мейснеровский отклик характеризуется немонотонной температурной зависимостью не только в области параметров, соответствующих существованию продольной фазы ФФЛО, но и в окрестности этой области. В работе [33] было рассмотрено влияние параллельного магнитного поля на S/F структуру в продольном состоянии ФФЛО и обнаружен эффект увеличения внешним полем критической температуры таких структур. В статье Самохвалова [34] было рассмотрено продольное состояние ФФЛО в S/F/S структурах, его влияние на экранирующие свойства таких структур и переходы в π -состояние с изменением толщины F слоя. Однако, в этой статье не был рассмотрен температурный переход из фазы ФФЛО в π -состояние.

Цели и задачи

Целями данной работы являлись:

- 1) Расчёт зависимости энергии седлового состояния от тока для квазиодномерного токонесящего сверхпроводника конечной длины при произвольных температурах. Анализ влияния дефектов на токовую зависимость энергии седлового состояния.
- 2) Исследование влияния фазовых солитонов на транспортные свойства двузонных сверхпроводящих мостиков конечного размера. Изучение флуктуационного механизма образования фазовых солитонов.
- 3) Исследование влияния параллельного магнитного поля и продольного тока на свойства неоднородного вдоль слоёв состояния Фульде-Феррелла в гибридных структурах сверхпроводник/ферромагнетик/нормальный металл.

Научная новизна

Научная новизна определяется оригинальностью поставленных задач, полученными новыми результатами и заключается в следующем:

- 1) В рамках теории Гинзбурга-Ландау рассчитана зависимость энергии пороговой флуктуации, переводящей токонесящий сверхпроводящий мостик в резистивное состояние, при различных длинах мостика. Получено аналитическое выражение для энергии пороговой флуктуации в случае мостика с длиной порядка или меньше длины когерентности. Показано, что полученные при $T \sim T_c$ результаты для энергии пороговой флуктуации остаются применимыми и при низких температурах $T \ll T_c$.
- 2) Показано, что наличие даже сравнительно слабо влияющих на величину критического тока сверхпроводящего мостика дефектов может привести к изменению токовой зависимости энергии пороговой флуктуации от обычного для длинных мостиков степенного закона с показателем $5/4$ к закону с показателем $3/2$.

- 3) Предсказана осцилляционная зависимость критической плотности тока j_c от длины мостика в случае двузонного сверхпроводящего мостика со слабой межзонной связью.
- 4) Показано, что в случае слабой межзонной связи и достаточно длинного мостика существует область токов, при которых возможно флуктуационное образование фазовых солитонов в двузонном сверхпроводящем мостике.
- 5) Исследованы транспортные и экранирующие свойства тонкоплёночных структур сверхпроводник/ферромагнетик/нормальный металл (S/F/N) с реалистичными параметрами, находящиеся в продольном состоянии ФФЛО или вблизи него. Предсказан новый тип $0-\pi$ переходов, индуцируемых током или магнитным полем и сопровождающихся резким изменением экранирующих свойств гибридной структуры.

Теоретическая и практическая значимость работы

Результаты расчётов энергии пороговой флуктуации в квазиодномерных сверхпроводниках могут быть использованы при изучении явления макроскопического квантового туннелирования и создании устройств, использующих это явление. Также эти результаты могут быть использованы для анализа данных экспериментов, в которых изучалась статистика переключения из сверхпроводящего в нормальное состояние под действием тока.

Результаты исследования влияния фазовых солитонов на критический ток мостиков из двузонных сверхпроводников могут быть использованы для обнаружения фазовых солитонов и определения того, является ли сверхпроводник двузонным.

Результаты теоретического исследования влияния параллельного магнитного поля и тока на экранирующие свойства S/F/N и S/F/N/F/S структур могут быть использованы для обнаружения продольного состояния ФФЛО. Температурные, токовые и полевые $\pi \leftrightarrow \Phi\Phi\text{ЛО}$ переходы могут быть использованы в сверхпроводящей электронике для управления состоянием логических элементов. Необычная зависимость экранирующих свойств таких структур от внешних параметров (магнитного поля, тока и температуры) может быть использована в магнитных сенсорах или детекторах электромагнитного излучения, основанных на кинетической индуктивности.

Методология и методы исследования

При решении поставленных задач использовался теоретический анализ, а также численные методы. Для поиска седловых состояний в однозонных квазиодномерных сверхпроводниках использовалась теория Гинзбурга-Ландау, а также микроскопические уравнения Эйленбергера и Узаделя для квазиклассических функций Грина. Для исследования двузонных сверхпроводников использовалось нестационарное уравнение Гинзбурга-Ландау, обобщённое на случай двузонной сверхпроводимости. Свойства гибридных структур сверхпроводник/ферромагнетик/нормальный металл рассчитывались на основе решения уравнения Узаделя.

Положения, выносимые на защиту

- 1) Зависимость энергии пороговой флуктуации δF_{thr} , приводящей к появлению проскальзывания фазы, в квазиодномерном токнесущем сверхпроводящем мостике произвольной длины описывается выражением $\delta F_{thr} = \alpha \hbar I_c (1 - I/I_c)^b / e$. Показатель степени b варьируется от $5/4$ для однородных мостиков с длиной много больше длины когерентности ξ до $3/2$ для мостиков с дефектами или с длиной $L \lesssim \xi$. Данный результат справедлив в "грязном" и "чистом" пределах, а также при произвольных температурах ниже критической.
- 2) Критический ток двузонного сверхпроводящего мостика со слабым межзонным взаимодействием немонотонно зависит от его длины. Эффект связан с возникновением в мостике фазовых солитонов, чьё число изменяется с изменением длины мостика.
- 3) В двузонном сверхпроводящем мостике со слабой межзонной связью возможно флуктуационное образование фазовых солитонов. Этот механизм действует при токах выше определенного значения j_s (растущего с уменьшением длины мостика и увеличением силы межзонного взаимодействия), при котором синфазное состояние становится метастабильным.
- 4) В тонкопленочных структурах сверхпроводник/ферромагнетик/нормальный металл (S/F/N), находящихся в фазе Фульде-Феррелла, эффективная обратная глубина проникновения магнитного поля Λ^{-1} немонотонно зависит от параллельного магнитного поля и тока. В пятислойных S/F/N/F/S структурах реализуются переходы при изменении температуры, тока или поля в фазу Фульде-Феррелла и из неё, сопровождаемые скачком Λ^{-1} .

Личный вклад автора в получение результатов

Автор принимал активное участие в решении задач и интерпретации результатов. Автором были проведены все численные расчёты, использованные для получения результатов работы, а также, где возможно, проведены аналитические расчёты.

Степень достоверности и апробация результатов исследования

Достоверность результатов обеспечена адекватным выбором физических моделей, отражающих основные свойства исследуемых систем.

Результаты работы представлялись на семинарах ИФМ РАН. Также полученные результаты были представлены на ряде российских и международных конференций, в частности, на международном симпозиуме "Нанозифика и наноэлектроника" (2016-2019 гг., Нижегородская область), на Всероссийской конференции молодых ученых «Микро-, нанотехнологии и

их применение» им. Ю.В. Дубровского (2017 г., Черногловка), на Нижегородской сессии молодых учёных (2018 г., Нижний Новгород) и на летней научной школе Фонда «БАЗИС» "Many body theory meets quantum information" (2018 г., Московская область).

Результаты диссертации опубликованы в 11 работах, из них 5 статей в рецензируемых журналах [A1–A5] и 7 работ в сборниках тезисов докладов и трудов конференций [A6–A12].

Структура диссертации

Данная диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка цитируемой литературы и списка публикаций автора. Объём диссертации составляет 83 страницы, включая 42 рисунка. Список цитируемой литературы состоит из 88 наименований.

Во введении обосновывается актуальность выбранной темы, сформулированы цели и задачи диссертации, показана её научная новизна и значимость, указаны сведения о личном вкладе автора, апробации работы и публикациях. В первой главе приводится обзор литературы по неоднородным состояниям в квазиодномерных сверхпроводящих структурах. Во второй главе рассчитывается энергия пороговой флуктуации, переводящей сверхпроводящий мостик в резистивное состояние, и её зависимость от тока. В третьей главе рассматривается ряд эффектов, связанных с возникновением в мостиках из двузонных сверхпроводников фазовых солитонов. В четвертой главе исследуется влияние параллельного магнитного поля и продольного тока на продольное состояние Фульде-Феррелла в мостиках из трёхслойных S/F/N и симметричных пятислойных S/F/N/F/S структур. В заключении сформулированы основные результаты работы.

Глава 1.

Неоднородные состояния в квазиодномерных сверхпроводниках

Как известно, сверхпроводящее состояние становится неустойчивым относительно бесконечно малых возмущений сверхпроводящего параметра порядка Δ при протекании тока I в сверхпроводнике, больше некоторого критического $I > I_c$. Однако переключение в резистивное состояние может происходить и при меньшем токе, если в системе возможно появление возмущения конечной величины. Данный эффект хорошо известен из теории джозефсоновских контактов [35], тогда как экспериментальное изучение подобного переключения в сверхпроводящих мостиках/проводах конечной длины L проводилось в недавних работах [19–21]. Причиной появления таких возмущений являются тепловые или квантовые флуктуации. Если вследствие флуктуации изменение Δ мало, то сверхпроводящая система возвращается в равновесное состояние без диссипации. Но если вызванное флуктуацией изменение Δ достаточно велико, то в сверхпроводнике будет развиваться неустойчивость, приводящая к появлению конечного сопротивления и диссипации. При этом в сверхпроводнике происходит проскальзывание фазы (ПФ) в месте с наибольшим подавлением параметра порядка, в котором модуль параметра порядка обращается в ноль, а его фаза претерпевает скачок на 2π . При наличии достаточно большого тока это может привести к разогреву сверхпроводника и его переключению в нормальное состояние [36]. Когда энергия порогового возмущения δF_{thr} значительно превышает тепловую энергию $k_B T$, то вероятность появления такого возмущения вследствие тепловой флуктуации определяется в основном арениусовским фактором $\exp(-\delta F_{thr}/k_B T)$.

В определённом диапазоне токов выше тока I_c в квазиодномерном сверхпроводнике также могут возникать динамические центры проскальзывания фазы (ЦПФ) [37]. Структура центра проскальзывания фазы при токовой генерации аналогична флуктуационной, но в этом случае после проскальзывания фазы сверхпроводник в целом никогда не возвращается в стационарное состояние, и при заданном токе процесс проскальзывания фазы периодически повторяется. При этом вдали от центра проскальзывания фазы параметр порядка стационарен и есть ненулевой сверхпроводящий ток. Поэтому сопротивление образца оказывается меньше нормального. Число центров проскальзывания фазы в сверхпроводнике определяет

ся длиной сверхпроводника и величиной тока и растёт с увеличением тока до тех пор, пока не перестаёт выполняться условие устойчивости границы сверхпроводник/нормальный металл, динамически возникающей в ЦПФ, после чего сверхпроводник полностью переходит в нормальное состояние.

Впервые флуктуационное переключение в резистивное состояние было исследовано теоретически в работе Лангера и Амбегаокара (ЛА) [7]. В этой работе был рассмотрен длинный ($L \gg \xi$, ξ - длина когерентности) квазиодномерный (с поперечными размерами меньшими ξ) сверхпроводящий мостик. Для нахождения энергии пороговой флуктуации ЛА было найдено седловое состояние в системе, ближайшее по энергии к основному состоянию. Было обнаружено, что пороговому возмущению (седловому состоянию) соответствует частичное подавление сверхпроводящего параметра порядка на конечном отрезке мостика с размерами порядка ξ , а амплитуда подавления оказывалась тем больше, чем меньше протекающий ток. Авторы работы [7] получили выражение для энергии пороговой флуктуации в зависимости от приложенного тока, которая с хорошей точностью описывается следующим выражением [18]

$$\delta F_{LA} = \frac{4\sqrt{2}}{3} F_0 \left(1 - \frac{I}{I_{dep}}\right)^{5/4} = \frac{\sqrt{6}}{2} \frac{I_{dep} \hbar}{e} \left(1 - \frac{I}{I_{dep}}\right)^{5/4}, \quad (1.1)$$

где e - элементарный электрический заряд, $F_0 = \Phi_0^2 S / 32\pi^3 \lambda^2 \xi$, Φ_0 - квант магнитного потока, $S = wd$ - площадь поперечного сечения мостика с шириной w и толщиной d , λ - лондоновская глубина проникновения магнитного поля и $I_{dep} = 2I_0 / 3\sqrt{3}$ ($I_0 = c\Phi_0 S / 8\pi^2 \lambda^2 \xi$) - ток распаривания в модели Гинзбурга-Ландау (ГЛ), совпадающий с ожидаемым критическим током длинного ($L \gg \xi$) мостика.

Полученный ЛА результат был подтвержден в различных экспериментальных работах. В пределе малых токов он был впервые проверен в работах [16, 17], в которых измерялась зависимость сопротивления оловянных вискерсов от температуры. Аналогичные измерения были проведены в недавних работах для значительно более тонких проволок, например, в работах [38, 39]. Во всех этих работах было получено хорошее соответствие температурной зависимости $R(T)$ теоретическим предсказаниям (см. рисунок 1.1) работы [7]. Расхождения с теорией в ближайшей окрестности критической температуры могут быть связаны как с попаданием в флуктуационную область, где теория Гинзбурга-Ландау неприменима, так и с тем, что в этой области температур длина когерентности сравнима с длиной мостика. Для определения токовой зависимости пороговой энергии в экспериментах многократно измеряется ток переключения в резистивное состояние I_{sw} (являющийся, из-за влияния флуктуаций, случайной величиной). Из полученного статистического распределения токов переключения извлекается частота переключения в резистивное состояние $\Gamma \propto \exp(-\delta F_{thr}(I)/k_B T)$, а также находятся среднее значение $\langle I_{sw} \rangle$ и дисперсия σ , напрямую связанные с $\delta F_{thr}(I)$

$$\langle I_{sw} \rangle \simeq I_c \left[1 - \left(\frac{\delta F_{thr}(I=0)}{k_B T} \right)^{-1/b} \kappa^{1/b} \right], \quad (1.2)$$

$$\sigma \propto \frac{I_c}{b} \left(1 - \frac{\langle I_{sw} \rangle}{I_c} \right), \quad (1.3)$$

где b – степень зависимости $\delta F_{thr}(I)$, а κ – величина, определяемая частотой попыток. Исследования статистики токов переключения нанопроволок начались с работы [18] и продолжились в работах [19, 22, 23], результаты которых хорошо описываются теорией ЛА (см. рисунок 1.2). В указанных работах влияние квантовых флуктуаций в области низких температур учитывалось использованием для частоты переключения выражения $\Gamma \propto \exp(-\delta F_{thr}(I)/k_B T_{QPS})$, где T_{QPS} – эффективная температура, характеризующая квантовые проскальзывания фазы, а в качестве $\delta F_{thr}(I)$, как и в случае тепловых флуктуаций, использовалось выражение 1.1.

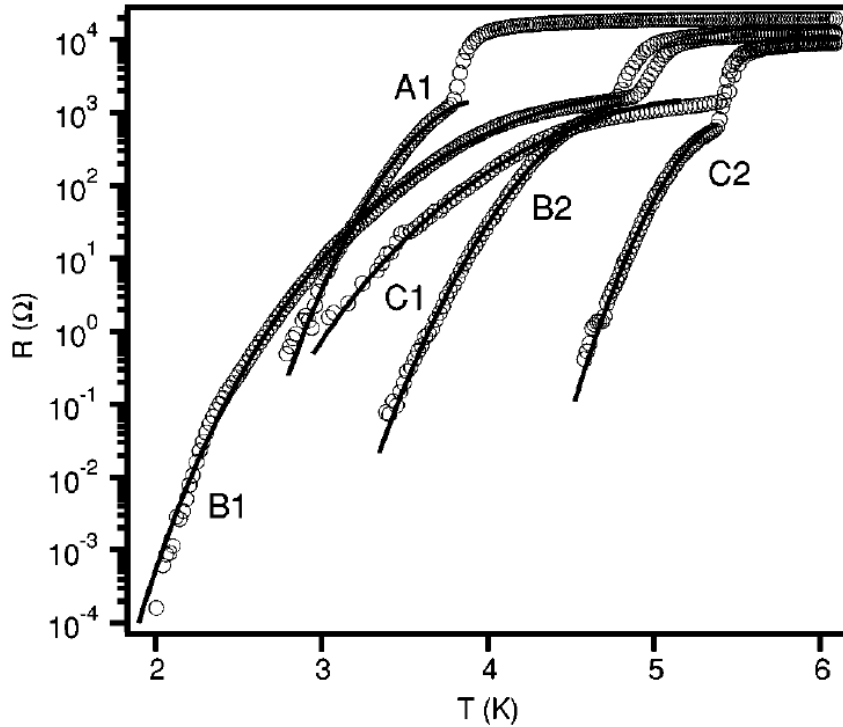


Рис. 1.1. Зависимость сопротивления сверхпроводящих мостиков от температуры. Символами указаны экспериментальные данные, сплошные линии соответствуют аппроксимации с использованием модели ЛА. Использованы результаты работы [38].

Энергия пороговой флуктуации также была рассчитана для длинных мостиков на основе микроскопической теории [14, 15]. В работе [14] зависимости δF_{thr} от температуры и тока были рассчитаны на основе уравнений Эйленбергера [40] для чистого длинного сверхпроводящего мостика в одноканальном приближении. Однако, величина δF_{thr} оказалась значительно завышенной при конечных токах, как мы покажем далее, поскольку не был учтен вклад в δF_{thr} , связанный с работой источника тока. В работе [15] была рассчитана $\delta F_{thr}(I)$ при произвольных температурах для длинных грязных сверхпроводящих мостиков в рамках теории Узаделя [41]. Авторы обнаружили, что показатель $5/4$ сохраняется в широком диапазоне температур.

Однако, в работе [20] и для большинства образцов работы [21] наблюдалось расхождение с зависимостью (1.1). Хотя в этих работах измерения проводились для длинных сверхпроводящих мостиков в широком диапазоне температур ниже T_c , было получено хорошее

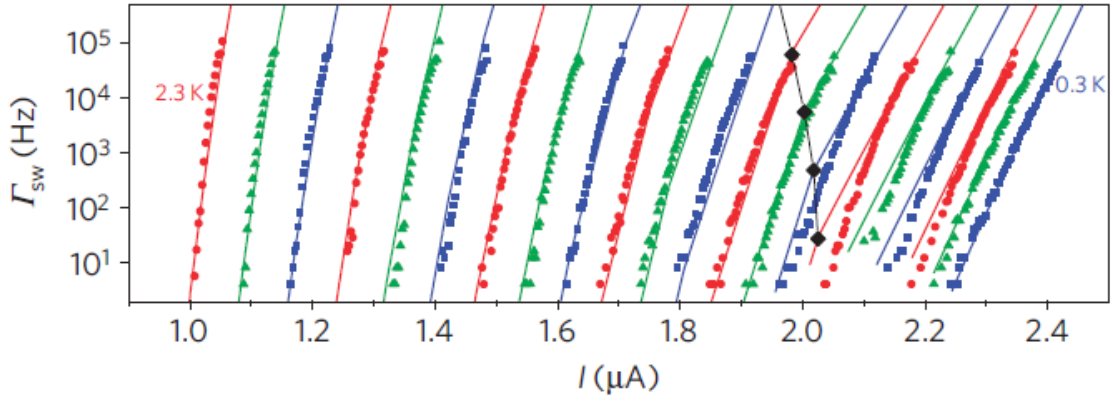


Рис. 1.2. Зависимость частоты переключения сверхпроводящей нанопроволоки в резистивное состояние от тока. Символами указаны экспериментальные данные при различных температурах, сплошные линии соответствуют аппроксимации с использованием модели, учитывающей тепловые и квантовые флуктуации. Использованы результаты работы [19].

соответствие зависимости (1.1), но со степенью $3/2$, характерной для джозефсоновских контактов [35]. Для объяснения этого результата Хлебниковым [24] была разработана модель, в которой мостик рассматривался как дискретная цепочка узлов, соединённых сверхпроводящими связями. При этом не было учтено подавление модуля параметра порядка в сверхпроводнике.

В работе [42] было экспериментально показано, что флуктуационное переключение широких плёнок в резистивное состояние также происходит за счёт возникновения проскальзывания фазы. Плёнки, аналогичные исследованным в этой работе, используются в однофотонных детекторах, поэтому изучение флуктуационного переключения в плёнках обладает большой практической значимостью в связи с его влиянием на характеристики детектора. Согласно работе [5], в квазидвумерных сверхпроводниках флуктуационное переключение в резистивное состояние при токах, близких к критическому, происходит аналогично квазиодномерным сверхпроводникам, и энергия пороговой флуктуации описывается выражением (1.1). Флуктуационные эффекты в сверхпроводящих нанопроволоках также могут быть использованы для генерации случайных чисел. Процедура использования переключения в резистивное состояние для генерации случайных величин была предложена в работах [43, 44]. Вероятность переключения такого генератора является настраиваемой величиной и во многом определяется токовой зависимостью δF_{thr} .

Выше рассматривались сверхпроводящие мостики и провода с одним параметром порядка. В 2001 году была открыта двузонная сверхпроводимость в MgB_2 [8], в котором возможно существование двух различных сверхпроводящих параметров порядка, принадлежащих различным листам поверхности Ферми. После этого наличие двух и более сверхпроводящих щелей было обнаружено во многих других материалах, таких как OsB_2 [45], $NbSe_2$ [46], $LiFeAs$ [47], $FeSe_{0.94}$ [48] и других железосодержащих сверхпроводниках. Многозонная природа сверхпроводимости в этих сверхпроводниках приводит к появлению новых физических эффектов, отсутствующих в однозонных сверхпроводниках. Теоретически сверхпроводимость

в каждой из зон описывается своим комплексным параметром порядка $\Delta_k = f_k \exp(i\phi_k)$, где f_k и ϕ_k являются, соответственно, амплитудами и фазами параметра порядка в зоне k . В случае, когда мы можем пренебречь межзонным рассеянием на примесях, взаимодействие между зонами можно описать джозефсоновской связью вида $\gamma_{ij} f_i f_j \cos(\phi_i - \phi_j)$ в выражении для свободной энергии ГЛ. Разность фаз между зонами $\phi_i - \phi_j$ определяется знаком константы джозефсоновской связи γ_{ij} и может быть равна либо 0 либо π (так называемое синфазное состояние). Леггеттом [49] было предсказано существование малых временных осцилляций межзонной разности фаз. Однако, в таких системах также возможно наличие новых, отличных от синфазных, стационарных состояний – фазовых солитонов, впервые рассмотренных Танакой [9]. В этих состояниях распределение $\phi_i - \phi_j$ пространственно неоднородно и меняется на 2π . Фазовый солитон можно считать результатом перехода осцилляций межзонной разности фаз в нелинейный режим. Пример распределения фаз параметров порядка в различных зонах в сверхпроводящем мостике, соответствующий наличию фазового солитона, представлен на рисунке 1.3. Такие объекты наблюдались в искусственных многозонных структурах, таких как мезоскопические алюминиевые кольца [29] и двуслойная структура из тонких плёнок ниобия [30], а также есть свидетельства их существования, полученные в экспериментах с плёнками купратов [31]. Аналогичные солитонные решения возможны в широких джозефсоновских контактах для разности фаз между контактами [50]. Они называются джозефсоновскими вихрями и образуются при достаточно большом значении магнитного поля. В отличие от фазовых солитонов, их присутствие можно легко обнаружить по осциллирующей зависимости критического тока контакта от приложенного поля ("фраунгоферовская" зависимость).

В основном состоянии фазовые солитоны, как правило, отсутствуют, поэтому были предложены различные методы их создания. Гуревич и Винокур в своей работе [26] предложили возбуждать фазовые солитоны в двузонных сверхпроводниках электрическим полем. Предложенным источником являлась граница сверхпроводящей проволоки с нормальным контактом. Вблизи границы электрическое поле проникает в сверхпроводник, и, если время релаксации в различных зонах отличается, изменение фазы параметра порядка в каждой зоне происходит по-разному, что приводит к появлению конечной межзонной разности фаз вблизи берегов. Начиная с определённого значения тока, вблизи берегов периодически возникают фазовые солитоны, которые продвигаются от берегов к центру проволоки. Также возможно создание фазовых солитонов и без нормальных берегов. Для этого сверхток в "слабой" зоне (зоне с меньшей амплитудой сверхпроводящего параметра порядка) должен превышать критический ток этой зоны. Это приведёт к проскальзываниям фазы в слабой зоне, что, в свою очередь, породит цепочку фазовых солитонов в мостике, как было показано в работе [27]. При таком методе генерации наличие фазовых солитонов в искусственной двузонной структуре, состоящей из двух слоёв сверхпроводника, может проявиться в транспортных свойствах. Если к такой двухслойной плёнке с достаточным для разрушения синфазного состояния продольным током приложить ток в перпендикулярном к её поверхности направлении, то движение фазовых солитонов приведёт к возникновению сопротивления.

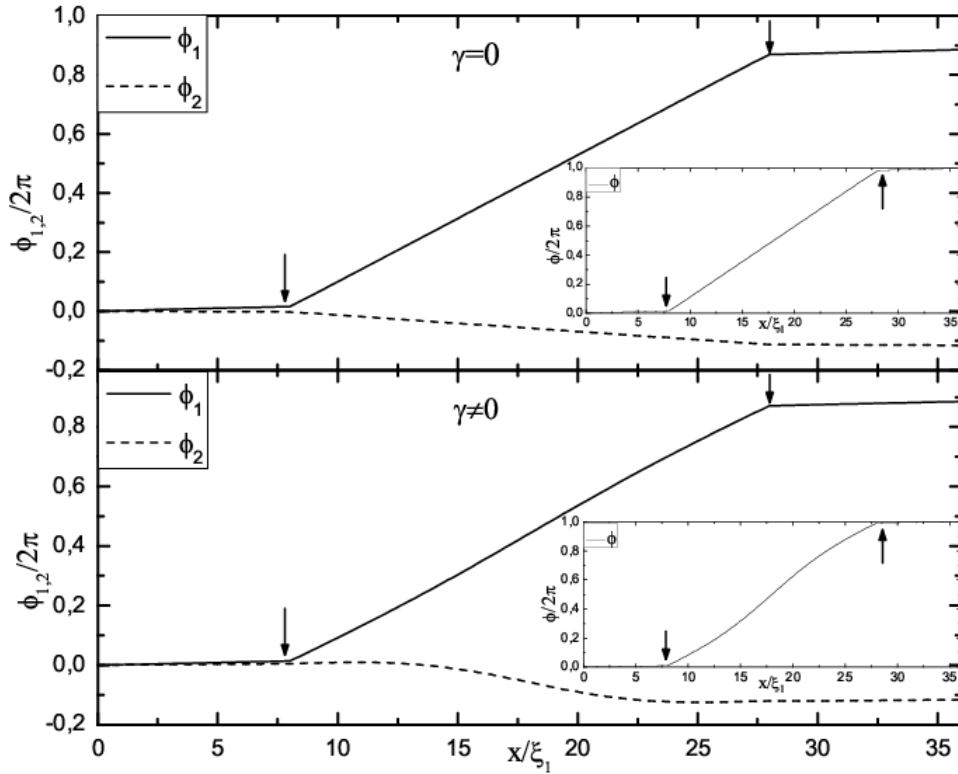


Рис. 1.3. Пространственное распределение фаз параметров порядков различных зон в сверхпроводящем мостике для случаев нулевой (а) и ненулевой (б) межзонной джозефсоновской связи γ . На вставках показано пространственное распределение межзонной разности фаз ϕ . Стрелками указаны границы мостик/берег.

В однозонных сверхпроводящих мостиках флуктуационное возникновение проскальзывания фазы (ПФ) приводит либо к релаксации к исходному стационарному сверхпроводящему состоянию, либо, при достаточно большом токе, система нагревается и переходит в резистивное состояние. Однако, наличие двух параметров порядка и, соответственно, солитонных состояний в двухзонных сверхпроводниках делает возможным переход системы после флуктуационного проскальзывания фазы на 2π в состояние с фазовым солитоном. В связи с этим представляет интерес изучение нового, флуктуационного механизма создания состояний с фазовыми солитонами и влияния длины мостика и силы межзонного взаимодействия на возможность реализации такого механизма.

В сверхпроводниках с тремя и большим числом зон возможно нарушение симметрии обращения во времени [25]. В этом случае фазовые солитоны соединяют домены с разными сверхпроводящими состояниями, к примеру, состояния $\Delta(1, e^{i2\pi/3}, e^{i4\pi/3})$ и $\Delta(1, e^{-i2\pi/3}, e^{-i4\pi/3})$. Это отличается от обычных фазовых солитонов, соединяющих идентичные сверхпроводящие состояния. Однако, свидетельства существования такой многозонной сверхпроводимости с нарушенной симметрией обращения времени на данный момент отсутствуют.

Устойчивые стационарные неоднородные состояния возможны не только в многозонных, но и в однозонных квазиодномерных сверхпроводниках. В 1964 году Фульде и Ферреллом [10]

и, независимо от них, Ларкиным и Овчинниковым [11] было предсказано, что в сверхпроводниках с достаточно большой зеемановской энергией (порядка сверхпроводящей щели) может возникнуть устойчивое неоднородное сверхпроводящее состояние с модулированным параметром порядка. В этом случае однородное сверхпроводящее состояние, образованное парами электронов с противоположными импульсами, является неустойчивым, и в спаривании участвуют электроны с различными по модулю импульсами, разница между которыми определяется зеемановским расщеплением поверхности Ферми. Это неоднородное состояние в общем случае называется состоянием Фульде-Феррелла-Ларкина-Овчинникова (ФФЛО), но фактически реализуется в зависимости от параметров системы в одном из двух состояний. Состояние, предложенное Фульде и Ферреллом (ФФ), описывается параметром порядка вида $\Delta \sim \exp i\mathbf{q}\mathbf{r}$, где \mathbf{q} – вектор модуляции, и представляет собой плоскую волну. Состояние Ларкина-Овчинникова (ЛО) описывается параметром порядка вида $\Delta \sim \cos \mathbf{q}\mathbf{r}$ и является стоячей волной. Необходимое для возникновения состояния ФФЛО зеемановское расщепление может достигаться в ферромагнитных сверхпроводниках или за счёт приложения сильного магнитного поля. Однако, в ферромагнитных сверхпроводниках обменное поле слишком велико, чтобы удовлетворять условиям устойчивости фазы ФФЛО, и разрушение сверхпроводимости за счёт орбитального механизма, как правило, происходит при полях, меньших поля возникновения состояния ФФЛО. Для уменьшения влияния орбитального эффекта необходимо использовать квазиодномерные и квазидвумерные сверхпроводники. Кроме того, состояние ФФЛО чувствительно к наличию дефектов и устойчиво только в сверхпроводниках с большой длиной свободного пробега. В связи с этим, свидетельства существования состояния ФФЛО были получены только для некоторых квазидвумерных органических сверхпроводников [51].

Аналогичное состояние может возникать в гибридных структурах сверхпроводник/ферромагнетик (S/F). Если граница между сверхпроводником и нормальным металлом достаточно прозрачна, то куперовские пары из сверхпроводника могут проникать в нормальный металл, приводя к возникновению в нём затухающих с расстоянием сверхпроводящих корреляций. В случае ферромагнетика из-за зеемановского расщепления уровня Ферми в наведённой сверхпроводимости участвуют пары электронов с различными кинетическими энергиями, из-за чего сверхпроводящие корреляции в ферромагнетике не только затухают, но и осциллируют. В этом случае вектор модуляции должен быть направлен перпендикулярно S/F границе, чтобы сохранить продольно-однородное распределение параметра порядка. Такое состояние называется поперечным состоянием ФФЛО. В отличие от обычного состояния ФФЛО, оно не разрушается наличием дефектов и гораздо менее требовательно к параметрам системы. Существует множество экспериментальных подтверждений существования поперечного состояния ФФЛО [52], заключающихся, к примеру, в осцилляционной зависимости критической температуры S/F структуры от толщины F слоя.

В двухслойных S/F структурах эффект близости может также привести к возникновению спин-триплетной сверхпроводящей компоненты в F слое. Эта компонента даёт отрицательный вклад в квадрат обратной лондоновской глубины проникновения λ^{-2} [53–58], являющийся-

ся коэффициентом в соотношении между плотностью сверхтока и векторным потенциалом: $\mathbf{j} = -c\mathbf{A}/4\pi\lambda^2$. При определённых параметрах структуры этот вклад может превысить положительный вклад от синглетной сверхпроводящей компоненты в S и F слоях и сделать эффективную обратную глубину проникновения магнитного поля $\Lambda^{-1} = \int_0^d \lambda^{-2}(x)dx$ (d – это толщина структуры) отрицательной, что означает парамагнитный отклик структуры в целом. В работе [12] было показано, что состояние с $\Lambda^{-1} < 0$ неустойчиво. Действительно, слагаемое, соответствующее вкладу кинетической энергии в свободную энергию системы, пропорционально $\Lambda^{-1}q^2$, где q – величина, пропорциональная сверхскорости. Когда $\Lambda^{-1} < 0$, то энергетически выгоднее, когда сверхскорость $\sim q$ принимает ненулевое значение (если она была равна нулю) или возрастает (если она была конечной), что делает такое состояние с Λ^{-1} неустойчивым. Авторы работы [12] обнаружили, что при $\Lambda^{-1} \rightarrow +0$ S/F структура переходит в продольное состояние Фульде-Феррелла-Ларкина-Овчинникова (ФФЛО). В статье [32] было предсказано, что такое продольное состояние ФФЛО может возникнуть при температуре гораздо ниже критической, оно характеризуется необычным ток-фазовым соотношением и может быть реализовано в трёхслойных S/F/N структурах с реалистичными параметрами, где N – нормальный металл с низким удельным сопротивлением (Au, Ag, Cu или Al), S – неупорядоченный сверхпроводник с большим остаточным удельным сопротивлением в нормальном состоянии (NbN, WSi, NbTiN и т.д.), а F – обычный ферромагнетик (Fe, CuNi и т.п.).

Исследования состояния ФФЛО с током немногочисленны. Можно отметить работу [59], в которой на основе модифицированной теории Гинзбурга-Ландау [60] рассчитывался критический ток состояния ЛО. Более подробно токнесущее состояние ФФЛО было рассмотрено в работе [61], где для квазиодномерного сверхпроводника, используя модифицированную теорию Гинзбурга-Ландау, была получена зависимость тока от значения вектора модуляции состояния ФФ и показано, что заданному значению тока соответствуют два состояния с различным направлением вектора модуляции, и что в этом состоянии у системы могут быть два различных критических тока. Также теми же авторами в работе [62] были изучены магнитные свойства состояния ФФ в полубесконечном квазидвумерном сверхпроводнике.

Глава 2.

Пороговые флуктуации в сверхпроводящих токнесущих мостиках

2.1. Введение

Настоящая глава диссертации посвящена расчёту энергии пороговой флуктуации δF_{thr} и её зависимости от тока в сверхпроводящих мостиках конечной длины при различных температурах. Для этого, следуя работе [7], находилось ближайшее по энергии к основному состоянию седловое состояние системы. В предыдущих работах аналогичная задача была рассмотрена только для длинных однородных мостиков. Результаты данной главы опубликованы в работах [A1, A2]. В разделе 2.2 в рамках теории Гинзбурга-Ландау рассмотрена зависимость энергии δF_{thr} от длины мостика вблизи критической температуры, а также изучено влияние длины мостика на токовую зависимость δF_{thr} . В разделе 2.3 в рамках той же модели изучено влияние дефектов различного типа на токовую зависимость энергии δF_{thr} квазиодномерного сверхпроводника с длиной $L \gg \xi$. В разделе 2.4 результаты раздела 2.2 обобщены на случай произвольных температур на основе микроскопической теории в пределах чистого и грязного сверхпроводника. В разделе 2.5 собраны основные результаты главы.

2.2. Пороговые флуктуации в сверхпроводящих мостиках конечной длины вблизи критической температуры

Рассмотрим модельную систему, состоящую из сверхпроводящего мостика с площадью сечения S и длиной L , соединяющего два сверхпроводящих берега с площадью сечения S_{pad} (рисунок 2.1). Предполагаем, что мостик является однородным. Для нахождения энергии порогового возмущения, переводящего сверхпроводящий мостик в резистивное состояние, воспользуемся моделью Гинзбурга-Ландау (ГЛ). Для определения δF_{thr} необходимо найти седловое состояние системы, соответствующее локальному максимуму (экстремуму) свободной энергии. Таким образом, седловое состояние, как и основное состояние, можно найти из

решения уравнения ГЛ:

$$\xi_{GL}^2(0)\nabla^2\Delta + (1 - T/T_c - |\Delta|^2/\Delta_{GL}^2(0))\Delta = 0, \quad (2.1)$$

$$j_s = -\frac{i\hbar e}{m}Im(\Delta^*\nabla\Delta), \quad (2.2)$$

где $\xi_{GL}(0)$ - длина когерентности и $\Delta_{GL}(0)$ - сверхпроводящий параметр в модели ГЛ при нулевой температуре [63].

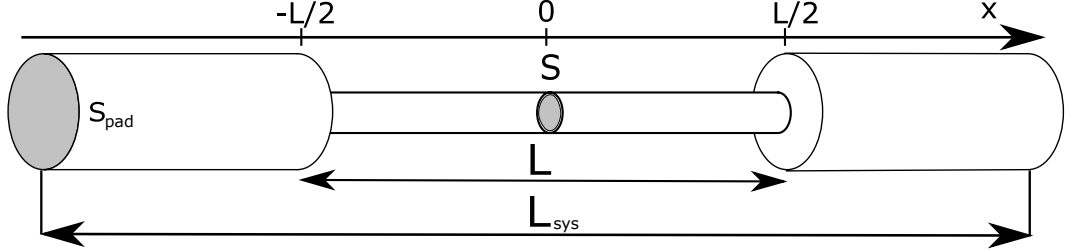


Рис. 2.1. Сверхпроводящий мостик с площадью сечения S и длиной L , соединенный со сверхпроводящими берегами с площадью поперечного сечения S_{pad} .

Рассматривая сверхпроводящую систему (см. рисунок 2.1) с максимальным характерным поперечным размером $d_{pad} \sim \sqrt{S_{pad}} \ll \xi$, можно считать задачу одномерной и учитывать зависимость только от продольной координаты x . Тогда безразмерное уравнение Гинзбурга-Ландау примет следующий вид (мы ищем решение в виде $\Delta(x)/\Delta_{GL} = f(x)exp(i\phi(x))$):

$$\frac{d^2 f}{dx^2} - \frac{j^2}{f^3} + f - f^3 = 0, \quad (2.3)$$

где мы использовали условие постоянства тока в системе $I = const$ ($j = f^2 d\phi/dx = I/S$ плотность тока в мостике и $j = I/S_{pad} < I/S$ - плотность тока в берегах). В уравнении (2.3) модуль сверхпроводящего параметра порядка f измеряется в единицах $\Delta_{GL} = \Delta_{GL}(0)\sqrt{1 - T/T_c}$, длина - в единицах $\xi = \xi_{GL}(0)/\sqrt{1 - T/T_c}$, и плотность тока в единицах I_0/S .

Уравнение (2.3) необходимо дополнить граничными условиями на концах мостика

$$\left. \frac{df^L}{dx} \right|_{-\frac{L}{2}} = \frac{S}{S_{pad}} \left. \frac{df^C}{dx} \right|_{-\frac{L}{2}}, \quad \left. \frac{S}{S_{pad}} \frac{df^C}{dx} \right|_{\frac{L}{2}} = \left. \frac{df^R}{dx} \right|_{\frac{L}{2}}, \quad (2.4a)$$

$$f^L|_{-\frac{L}{2}} = f^C|_{-\frac{L}{2}} = f^C|_{\frac{L}{2}} = f^R|_{\frac{L}{2}}, \quad (2.4b)$$

$$f^L|_{-\frac{L_{sys}}{2}} = f^R|_{\frac{L_{sys}}{2}} = 1, \quad (2.4c)$$

где f^L, f^C, f^R - это модули параметра порядка в левом берегу, в мостике и правом берегу, соответственно.

Условие (2.4a) возникает из варьирования функционала Гинзбурга-Ландау для сверхпроводника, с зависящим от x поперечным сечением (что приводит к появлению в уравнении Гинзбурга-Ландау производной $d/dx(S(x)df/dx)$). Оно является точным в случае непрерывного и медленного, на масштабе ξ , изменения S , когда можно пренебречь зависимостью f от

поперечной координаты. В нашей модели это изменение происходит скачком, поэтому здесь величина S/S_{pad} является не истинным отношением площадей сечения, а контрольным параметром, характеризующим изменение производной функции f в направлении x при переходе через границу берег–мостик. Мы также предполагаем, что вся система присоединена к более широким берегам (находящимся при $x = \pm L_{sys}/2$), где плотность тока практически равна нулю и параметр порядка достигает своего равновесного значения $f = 1$. Чтобы исключить влияние этих берегов на транспортные характеристики мостика, в численных расчетах мы положили $L_{sys} - L = 20\xi$.

Энергию порогового возмущения можно найти, используя следующее выражение

$$\frac{\delta F_{thr}}{F_0} = F_{saddle} - F_{ground} - 2\frac{I}{I_0}\delta\phi, \quad (2.5)$$

где $\delta\phi$ - дополнительная разность фаз между концами проволоки, появляющаяся в седловом состоянии, а F_{saddle} и F_{ground} - безразмерные свободные энергии Гельмгольца седлового и основного состояния соответственно:

$$F_{saddle(ground)} = -\frac{1}{2} \int f_{saddle(ground)}^4 dx. \quad (2.6)$$

Уравнение (2.3) с граничными условиями (2.4) решалось численно для произвольных L , а также аналитически в пределе $L \ll \xi$. При численном решении использовался метод релаксации: к уравнению Гинзбурга-Ландау (2.3) добавлялась временная производная $\partial f/\partial t$, и итерации проводились до тех пор, пока производная по времени не обращалась, с заданной точностью, в ноль. Для нахождения седлового состояния мы использовали численный метод, предложенный в [5]. А именно, при заданном значении тока мы фиксировали значение модуля параметра порядка $f(0)$ в центре мостика, позволяя f меняться во всех остальных точках. Состояние с минимальным фиксированным $f(0)$, для которого существует стационарное решение, соответствует седловому состоянию. В случае длинных мостиков использование данного численного метода дает значения δF_{thr} , совпадающие с уравнением (1.1).

Для аналитического нахождения энергии седлового состояния мы воспользовались тем, что на масштабах много меньших ξ параметр порядка меняется быстро, и поэтому в области короткого мостика в уравнении (2.3) можно пренебречь линейным и кубичным членами. В противном случае решение уравнения (2.3) содержало бы специальные функции, и тогда определение содержащихся в них констант и расчёт энергии потребовали бы применения численных методов. Таким образом, мы приходим к уравнению

$$\frac{d^2 f}{dx^2} - \frac{j^2}{f^3} = 0, \quad (2.7)$$

которое имеет первый интеграл:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{df}{dx} \right)^2 + \frac{j^2}{2f^2} = E, \quad (2.8)$$

и решение, имеющее следующий вид

$$x = \frac{1}{2} \int_{u_1}^u \frac{du}{\sqrt{2Eu - j^2}} = \frac{1}{\sqrt{2E}} \left(\sqrt{u - \frac{j^2}{2E}} - \sqrt{u(0) - \frac{j^2}{2E}} \right), \quad (2.9)$$

В уравнении (2.9) $u(x) = f^2(x)$. Из симметрии системы следует, что $\left. \frac{du}{dx} \right|_{x=0} = 0$ и на данном шаге мы будем считать изменения f малыми в берегах и воспользуемся граничным условием $u(L/2) = u(-L/2) = 1$ для нахождения постоянной E :

$$f = \sqrt{2E_{\pm}x^2 + \frac{j^2}{2E_{\pm}}}, \quad (2.10)$$

$$E_{\pm} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{I}{I_c}\right)^2}}{L^2}, \quad (2.11)$$

где E_+ соответствует седловому состоянию, а E_- - основному состоянию, I_c - критический ток короткого мостика [64].

Принципиально, что при нахождении энергии седлового состояния в случае коротких мостиков необходимо учитывать изменение Δ в берегах. В противном случае, фиксируя Δ в берегах, как, например, в задаче о критическом токе мостика [64], можно убедиться (из решений приведенных ниже - см. уравнение (2.15)), что энергия седлового состояния будет принимать отрицательные значения в широком диапазоне токов $I < I_c$.

Будем искать решение в берегах в виде $f = 1 - f_1$, где $f_1 \ll 1$ и пренебрежём распаривающим влиянием тока. Тогда уравнение (2.3) для f_1 в областях $|x| > L/2$ примет следующий вид

$$\frac{d^2 f_1}{dx^2} - 2f_1 = 0. \quad (2.12)$$

с решением вида

$$f_1 = C e^{\pm \sqrt{2}(x \pm L/2)}, \quad (2.13)$$

в котором знак "+" соответствует левому берегу, а знак "-" правому. Константа C определяется из граничных условий (2.4). Когда плотность тока в берегах $j \ll 1$ и отношение сечений $S/S_{pad} \ll 1$, то для f в области мостика можно воспользоваться выражением (2.10) и константа C определяется следующим выражением

$$C = \frac{S}{S_{pad}} \sqrt{E_{\pm} - \frac{j^2}{2}}. \quad (2.14)$$

Учтя в уравнении (2.6) подавление параметра порядка в берегах, получим выражение

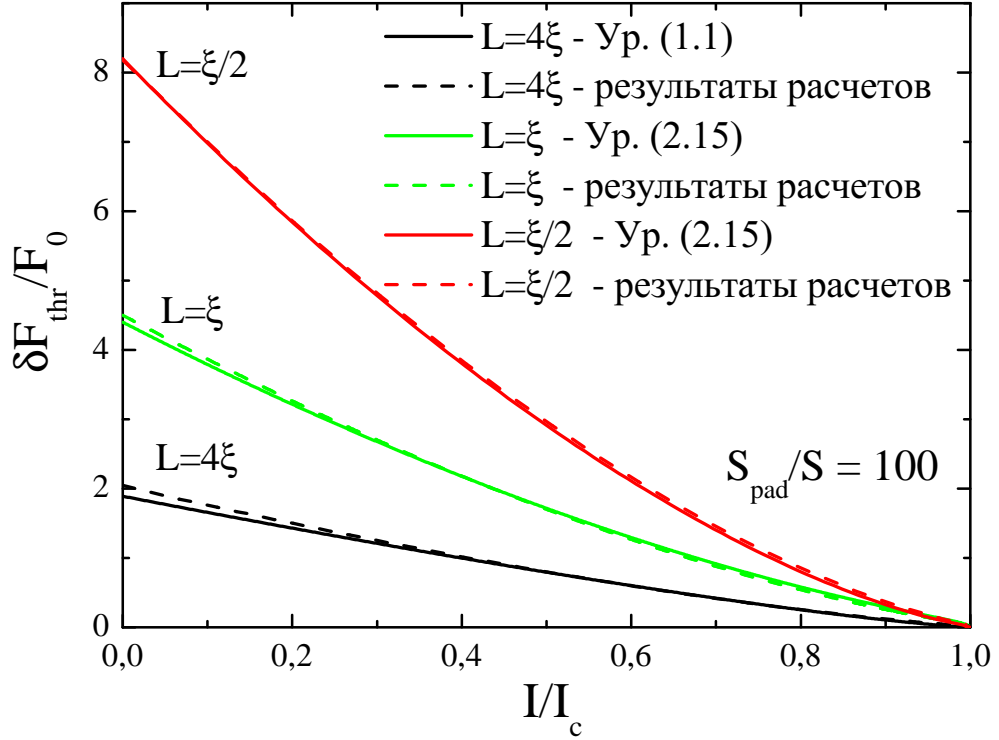


Рис. 2.2. Зависимость энергии порогового возмущения от тока для мостиков различной длины и отношении площадей $S_{pad}/S = 100$. Пунктирные кривые получены из численных расчетов, сплошные кривые - уравнение (1.1) для мостика с длиной $L = 4\xi$ и уравнение (2.15) для мостиков с длиной $L = \xi$ и $L = \xi/2$.

для энергии порогового возмущения

$$\begin{aligned} \frac{\delta F_{thr}}{F_0} = & 2\sqrt{2}\frac{\xi}{L} \left(\sqrt{1 + \sqrt{1 - \gamma^2} - \frac{\gamma^2}{2}} - \right. \\ & \left. - \sqrt{1 - \sqrt{1 - \gamma^2} - \frac{\gamma^2}{2}} \right) + \frac{2L}{5\xi} \sqrt{1 - \gamma^2} - \\ & - 4\gamma \frac{\xi}{L} \arccos(\gamma), \end{aligned} \quad (2.15)$$

где $\gamma = I/I_c$. Если не учитывать подавление Δ в берегах, то в выражении (2.15) будет отсутствовать первое слагаемое и в большой области токов $\delta F_{thr} < 0$.

На рисунке (1.2) представлены результаты численного расчета δF_{thr} для мостиков различной длины и приведено их сравнение с аналитическими выражениями (1.1) и (2.15). Видно, что даже для мостика с длиной $L = 4\xi$, δF_{thr} с хорошей точностью описывается уравнением (1.1), тогда как уравнение (2.15) практически совпадает с численными результатами уже для мостика с длиной $L = \xi$. Отметим, что выражение (2.15) для коротких мостиков с $L \ll \xi$ хорошо описывается аппроксимационным выражением

$$\delta F_{thr} = \frac{4\xi}{L} F_0 (1 - I/I_c)^{3/2} = \frac{I_c \hbar}{e} (1 - I/I_c)^{3/2} \quad (2.16)$$

которое совпадает с известным результатом [35], следующим из теории джозефсоновских контактов с синусоидальным ток-фазовым соотношением, если в качестве критического тока использовать критический ток джозефсоновского контакта.

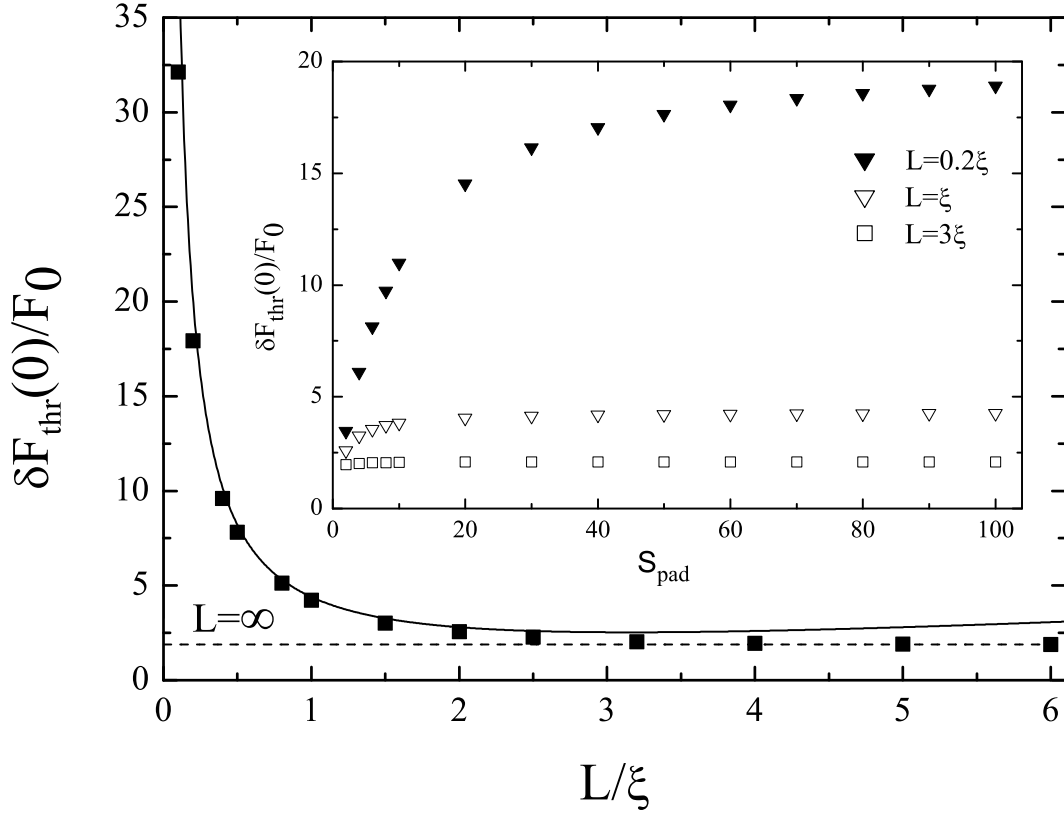


Рис. 2.3. Зависимость энергии порогового возмущения в пределе $I \rightarrow 0$ от длины мостика при $S_{pad}/S = 100$. Черные квадраты - результаты численного расчета, кривая - уравнение (2.18). На вставке показана зависимость $\delta F_{thr}(0)$ от отношения S_{pad}/S для мостиков различной длины (одномерная модель).

Выражение (2.15) было получено полагая $C \ll 1$ и $f_1 \ll 1$, что обеспечивается выполнением условия

$$\frac{S}{S_{pad}} \frac{\xi}{L} \ll 1. \quad (2.17)$$

Наши численные расчеты показали, что токовая зависимость отношения $\delta F_{thr}(I/I_c)/\delta F_{thr}(0)$ слабо меняется и определяется в основном длиной мостика, даже когда условие (2.17) не выполняется и $\delta F_{thr}(0)$ оказывается зависящей от величины отношения S_{pad}/S (см. вставку на рисунке 1.3).

Если формально использовать уравнение (2.15) для мостиков произвольной длины, то

зависимость $\delta F_{thr}(L)$ при $I \rightarrow 0$ имеет следующий вид:

$$\frac{\delta F_{thr}}{F_0}(I \rightarrow 0) = \frac{4\xi}{L} + \frac{2L}{5\xi}. \quad (2.18)$$

Согласно (2.18), δF_{thr} должна иметь минимум при $L = \sqrt{10}\xi \simeq 3\xi$. Однако численные расчеты в рамках одномерной модели не подтвердили данный результат (см. рисунок 2.3) и при увеличении длины мостика δF_{thr} монотонно уменьшается, выходя на известное значение $\delta F_{thr}(0)/F_0 = 4\sqrt{2}/3 \simeq 1.89$ при $L \gg \xi$ (см. уравнение (1.1)). Это связано с тем, что при соответствующих минимуму длинах приближения, использованные при выводе уравнения (2.15), перестают быть применимыми.

Также была рассмотрена двумерная модель системы, представленная на рисунке 2.4. Данная модель подразумевает нахождение численного решения двумерного уравнения Гинзбурга-Ландау

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + f - f^3 = 0, \quad (2.19)$$

с фиксированным $f(x = \pm L_{sys}/2, y) = 1$, производной $\partial f / \partial n = 0$ по остальным краям сверхпроводящей системы и дополнительным условием $f(x = 0, y) = 0$ (см. рисунок 2.4), соответствующим седловому состоянию при $I \rightarrow 0$.

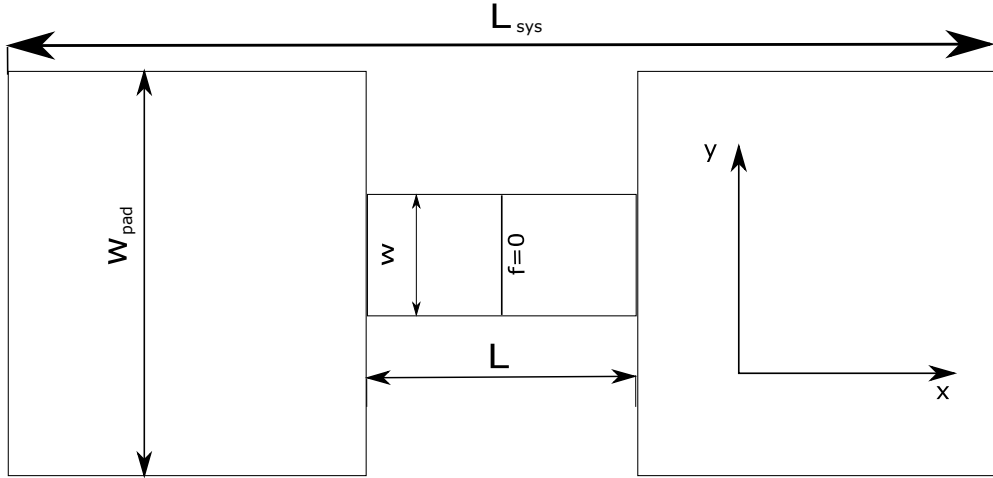


Рис. 2.4. Двумерный сверхпроводящий мостик длины L и ширины w с берегами шириной w_{pad} . Толщина мостика и берегов считается той же самой. $L_{sys} - L = 6$.

Нами были рассмотрены различные значения w_{pad} , w и L . Из сравнения рисунка 2.5 и 2.3 видно, что результаты вполне согласуются с результатами, полученными в рамках одномерной модели.

Мы также исследовали, как в двумерной модели $\delta F_{thr}(0)$ зависит от ширины берегов (данные представлены на рисунке 2.6). Так же как и в одномерной модели, энергия порогового возмущения перестает зависеть от отношения w_{pad}/w , когда ширина мостика становится много меньше w_{pad} , однако для выбранной геометрии (см. рисунок 2.4) насыщение наступает при меньших значениях w_{pad}/w (ср. со вставкой на рисунке 2.3).

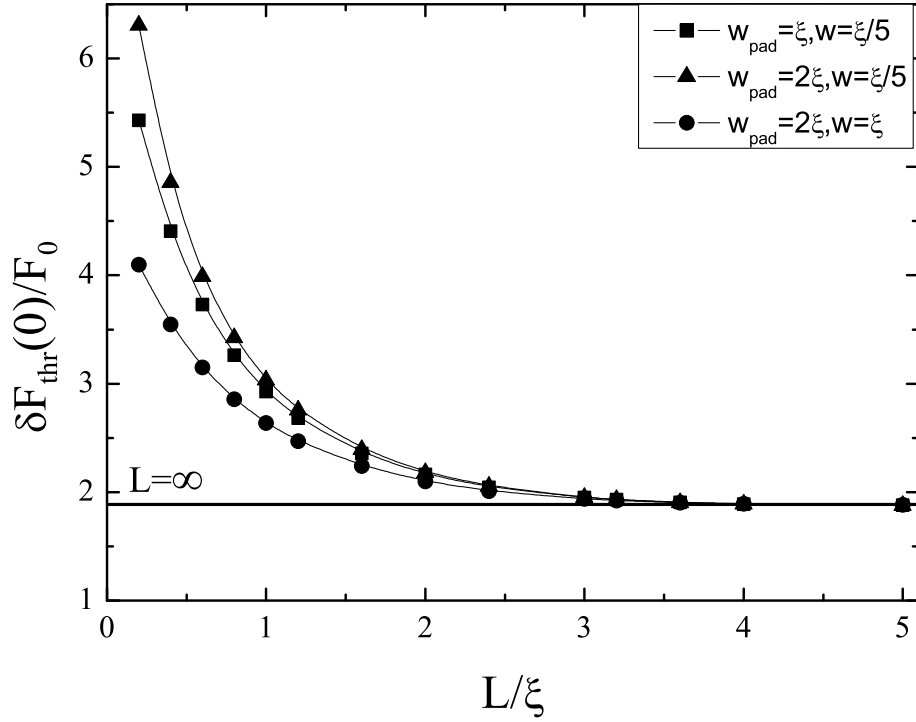


Рис. 2.5. Зависимость энергии порогового возмущения при $I \rightarrow 0$ от длины мостика при различных ширинах мостика и берегов, рассчитанная в рамках двумерной модели. Толщина мостика и берегов считается одинаковой.

Используя аргументы Литтла [6, 38] можно оценить конечное (вследствие тепловых флуктуаций) сопротивление короткого мостика R при малых токах, используя следующее выражение

$$R = R_n \exp\left(-\frac{\delta F_{thr}(0)}{k_B T}\right) = R_n \exp\left(-\frac{I_0 \hbar}{ck_B T} \frac{\xi}{L}\right), \quad (2.20)$$

где R_n - сопротивление мостика в нормальном состоянии и для $\delta F_{thr}(0)$ мы использовали уравнение (2.16). Из уравнения (2.20) видно, что R экспоненциально быстро уменьшается с уменьшением длины мостика. Данный эффект связан с влиянием берегов, а точнее с подавлением Δ в берегах в седловом состоянии, которое тем больше, чем короче мостик. Таким образом берега приводят к уменьшению R , но только для достаточно короткого мостика с $L < \xi$, тогда как для длинного они не влияют на его сопротивление.

Отметим, что флуктуационное сопротивление мостика сильно зависит не только от его длины, но и от размеров берегов, что связано с зависимостью $\delta F_{thr}(0)$ от S_{pad}/S (см. вставку на рисунке 2.3 и рисунке 2.6). В принципе, величина критического тока также зависит от отношения S_{pad}/S . Так, в рамках одномерной модели нетрудно показать, что

$$I_c = I_0 \frac{\xi}{L} \left(1 - \sqrt{2} \frac{S}{S_{pad}} \frac{\xi}{L}\right) \quad (2.21)$$

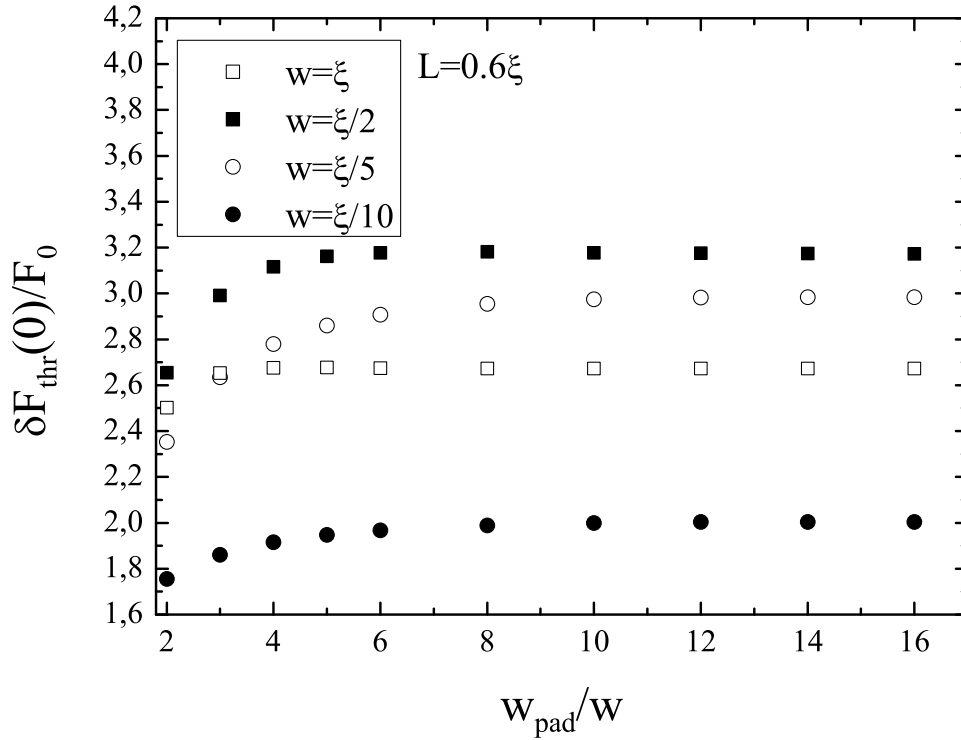


Рис. 2.6. Энергия порогового возмущения при нулевом токе, вычисленная для мостика с длиной $L = 0.6\xi$ в двумерной модели для различных ширин мостика и берегов.

при выполнении условия (2.17). Однако, так как $\delta F_{thr}(0)$ находится под экспонентой в уравнении (2.20), то вариации размеров берега сильнее сказываются на флуктуационном сопротивлении мостика R , чем на его критическом токе.

2.3. Влияние дефектов на $\delta F_{thr}(I)$

В данном разделе будет рассмотрено влияние наличия дефектов в мостике на токовую зависимость энергии пороговой флуктуации $\delta F_{thr}(I)$. В этом разделе мы ограничимся случаем длинных мостиков ($L \gg \xi$).

Чтобы рассмотреть влияние дефектов на зависимость $\delta F_{thr}(I)$, мы воспользуемся теорией Гинзбурга-Ландау. Так же, как и в предыдущем разделе, мы приходим к безразмерному уравнению вида (2.3) с граничными условиями на концах мостика

$$f|_{-\frac{L}{2}} = f|_{\frac{L}{2}} = 1, \quad (2.22)$$

следующие из предположения о том, что плотность тока в берегах практически равна нулю, и потому параметр порядка ГЛ достигает своего равновесного значения $f = 1$. Как показывают результаты предыдущего раздела, в случае мостиков с длиной $L \gg \xi$ и большим отношением S_{pad}/S параметр порядка f в берегах в действительности практически не отли-

чается от этого значения, и это предположение является обоснованным. Уравнение (2.3) с граничными условиями (2.22) решалось численно для мостика с длиной $L = 30\xi$, используя описанный выше метод релаксации.

Мы рассматривали три типа дефектов. Первый тип соответствует неоднородности критической температуры T_c вдоль мостика. Чтобы отразить подобный дефект в нашей модели, уравнение ГЛ в области дефекта (расположенного в центре мостика) запишем в виде

$$\frac{d^2 f}{dx^2} - \frac{j^2}{f^3} + \alpha f - f^3 = 0, \quad (2.23)$$

где параметр $\alpha = (1 - t^*)/(1 - t)$ отражает отклонение от критической температуры остального мостика (здесь $t^* = T/T_c^*$). Отсутствию дефекта будет соответствовать случай $\alpha = 1$, а уменьшению критической температуры T_c^* соответствует $\alpha < 1$.

Были рассмотрены дефекты с размерами 0.5ξ , ξ и 2ξ и рассчитаны зависимости $\delta F_{thr}(I)$ при различных параметрах α . Результаты наших расчётов для длины $l = 0.5\xi$ представлены на рисунке 2.7, где нами также показаны аппроксимационные зависимости вида $\delta F_{thr} = \delta F_{thr}(0)(1 - I/I_c)^b$. Мостику с критическим током $I_c = 0.95I_{dep}$ ($\alpha = 0.6$) соответствует $b \approx 1.36$, мостику с критическим током $I_c = 0.74I_{dep}$ ($\alpha = -0.55$) отвечает $b \approx 1.45$, а мостик с $I_c = 0.66I_{dep}$ ($\alpha = -1.05$) хорошо аппроксимируется $b \approx 1.5 = 3/2$, характерной для коротких мостиков и джозефсоновских контактов. Кроме того, мы обнаружили, что во всех случаях $\delta F_{thr}(0) \simeq \hbar I_c/e$ (см. вставку на рисунке 2.7), что типично для джозефсоновских контактов и похоже на результат, полученный в рамках ГЛ модели в предельных случаях длинного ($L \gg \xi$) и короткого ($L \ll \xi$) мостиков.

Второй рассмотренной моделью дефекта была неоднородность сечения мостика. Будем считать, что в центре мостика есть область с площадью сечения $S_d < S$ и длиной l (см. рисунок 2.8). Для описания этого сужения дополним граничные условия (2.22) условиями, аналогичными введённым в разделе 2.2

$$\left. \frac{df^L}{dx} \right|_{-\frac{l}{2}} = \frac{S}{S_d} \left. \frac{df^C}{dx} \right|_{-\frac{l}{2}}, \quad \left. \frac{S}{S_d} \frac{df^C}{dx} \right|_{\frac{l}{2}} = \left. \frac{df^R}{dx} \right|_{\frac{l}{2}}, \quad (2.24)$$

$$f^L|_{-\frac{l}{2}} = f^C|_{-\frac{l}{2}} = f^C|_{\frac{l}{2}} = f^R|_{\frac{l}{2}}, \quad (2.25)$$

где f^L, f^C, f^R — это модули параметра порядка слева от дефекта, в дефекте и справа от дефекта, соответственно. Эти граничные условия получаются аналогично условиям 2.4а.

Рассчитанные зависимости $\delta F_{thr}(I)$ для сужения с $l = \xi$ при различных площадях сечения S_d представлены на рисунке 2.9 вместе с аппроксимационными выражениями $\delta F_{thr} = \delta F_{thr}(0)(1 - I/I_c)^b$. В случае мостика с $S_d = 0.9S$ критический ток $I_c = 0.987I_{dep}$ и степень $b \approx 1.36$, для мостика с $S_d = 0.76S$ $I_c = 0.945I_{dep}$ ($b \approx 1.42$), и для мостика с $S_d = 0.5S$ $I_c = 0.795I_{dep}$ и $b \approx 1.48$. Этот результат показывает, что даже небольшая неоднородность площади сечения может значительно изменить зависимость $\delta F_{thr}(I)$, и что и показатель степени $5/4$ и показатель $3/2$ оказываются неприменимыми для аппроксимации токовой зависимости δF_{thr} . Как и в случае локального изменения T_c , даже сравнительно "слабое" сужение

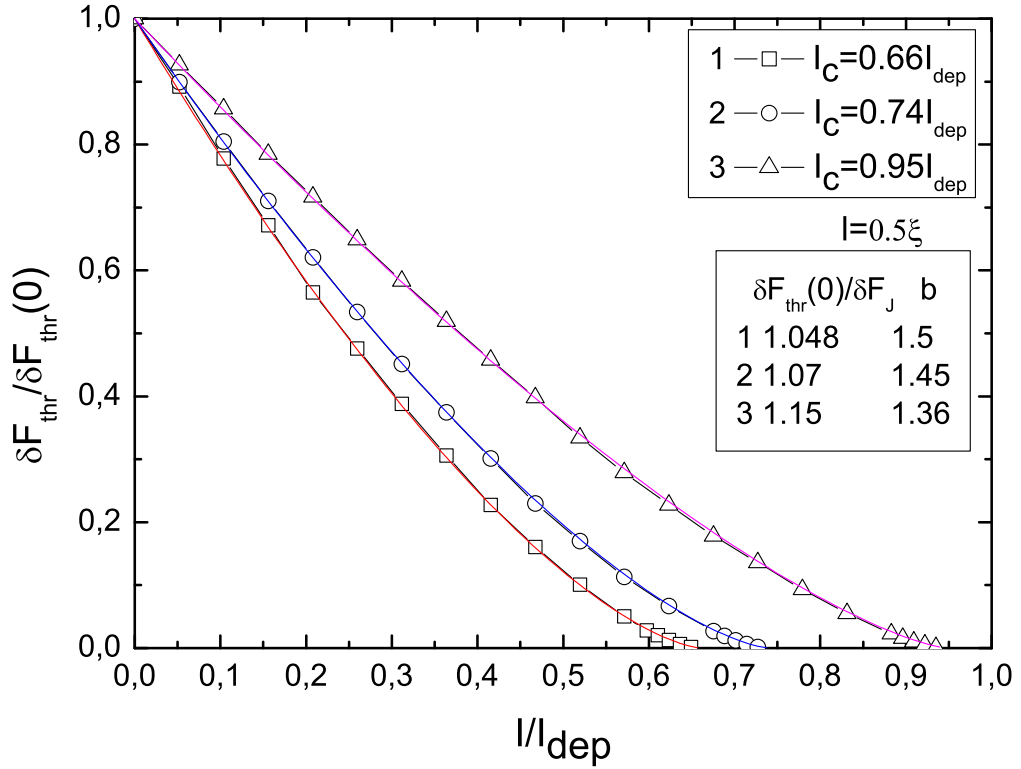


Рис. 2.7. Зависимость энергии пороговой флуктуации от тока для мостиков с локальным отклонением T_c (на длине $l = 0.5\xi$ в центре мостика). Аппроксимационные функции $\delta F_{thr}(0)(1 - I/I_c)^b$ показаны сплошными линиями, параметры $\delta F_{thr}(0)$ и b представлены на вставке. Здесь $\delta F_J = \hbar I_c / e$.

обеспечивает показатель $3/2$ и $\delta F_{thr}(0) \simeq \hbar I_c / e$ (см. вставку на рисунке 2.9).

Весьма похожие результаты можно получить, если в мостике локально изменить длину свободного пробега ℓ (третий тип дефекта). В принципе, для расчёта $\delta F_{thr}(I)$ можно использовать аналитические результаты для распределения f и фазы вдоль сверхпроводящего мостика из работы [65], но мы используем численные расчёты, поскольку координатная зависимость f выражается через специальные функции. Мы нашли, что, когда ℓ в пять раз меньше в области с длиной $l = 0.5\xi$, зависимость $\delta F_{thr}(I) \simeq 1.06\delta F_J(1 - I/I_c)^{3/2}$ с критическим током $I_c \simeq 0.73I_{dep}$.

Изменение для рассмотренных типов дефектов показателя от $5/4$ к $3/2$ можно объяснить следующим образом. В длинном мостике без дефектов размер критического зародыша (области с подавленным Δ) расходится когда $I \rightarrow I_{dep}$ [7], тогда как в мостике с дефектом его размер ограничен длиной дефекта плюс $\sim 2\xi$ (когда параметр порядка достаточно сильно подавлен в области дефекта, чтобы $I_c \lesssim 0.7I_{dep}$). Это напоминает ситуацию с короткими сверхпроводящими мостиками, где параметр порядка значительно подавлен только в области мостика $L < \xi$ и у которых, аналогично джозефсоновским контактам, $\delta F_{thr} \propto (1 - I/I_c)^{3/2}$.

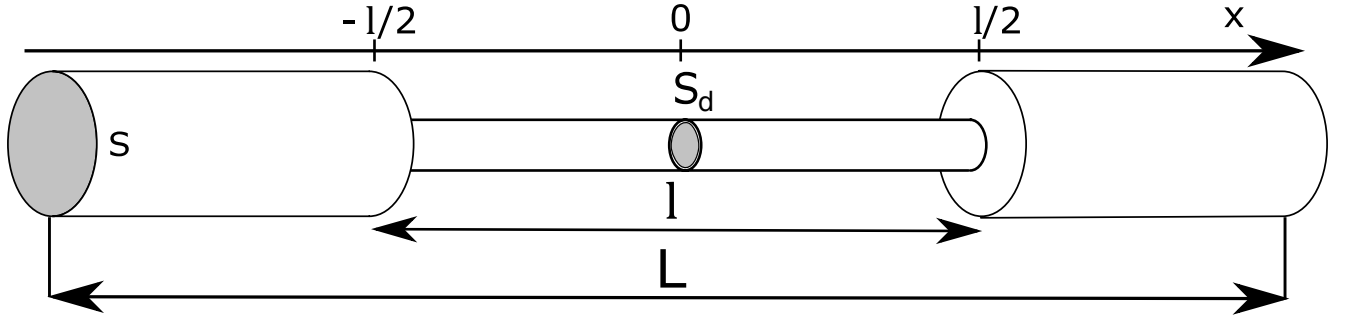


Рис. 2.8. Сверхпроводящий мостик с площадью сечения S и длиной L , включающий сужение с длиной l и сечением S_d .

2.4. Энергия пороговых флуктуаций при произвольных температурах

В данном разделе рассматривается энергия пороговых флуктуаций мостиков без дефектов при произвольных температурах, а не только вблизи критической температуры, как в разделах выше.

Рассмотрим, аналогично Жарову и соавторам [14], в одноканальном приближении случай длинного чистого сверхпроводящего мостика ($\ell \gg \xi_0$, где $\xi_0 = \hbar v_F / \pi \Delta_0$ — длина когерентности в чистом пределе при $T = 0$). Для нахождения седлового состояния в этом случае воспользуемся одномерными уравнениями Эйленберга для нормальных и аномальных функций Грина, $g(x, \omega_n, v_F)$ и $f(x, \omega_n, v_F)$ соответственно:

$$\begin{aligned} \hbar v_F \frac{dg}{dx} + \Delta f^+ - \Delta^* f &= 0, \\ -\hbar v_F \frac{df}{dx} - 2\omega_n f + 2\Delta g &= 0, \\ \hbar v_F \frac{df^+}{dx} - 2\omega_n f^+ + 2\Delta^* g &= 0, \end{aligned} \quad (2.26)$$

где v_F — скорость Ферми, $\omega_n = 2\pi k_B T(n + 1/2)$ — мацубаровская частота. На функции Грина также налагается связь в виде нормировки $g^2 + f f^+ = 1$. Эти уравнения дополняются уравнением самосогласования для параметра порядка Δ

$$\frac{\Delta(x)}{\lambda} = \pi N(0) k_B T \sum_{\omega_n} \frac{1}{2} [f(x, \omega_n, v_F) + f(x, \omega_n, -v_F)], \quad (2.27)$$

и выражением для плотности сверхтока

$$j = -2\pi i e N(0) k_B T \sum_{\omega_n} \frac{v_F}{2} [g(x, \omega_n, v_F) - g(x, \omega_n, -v_F)]. \quad (2.28)$$

Здесь λ — константа связи, $N(0)$ — плотность состояний на уровне Ферми. Суммирование осуществляется по всем мацубаровским частотам.

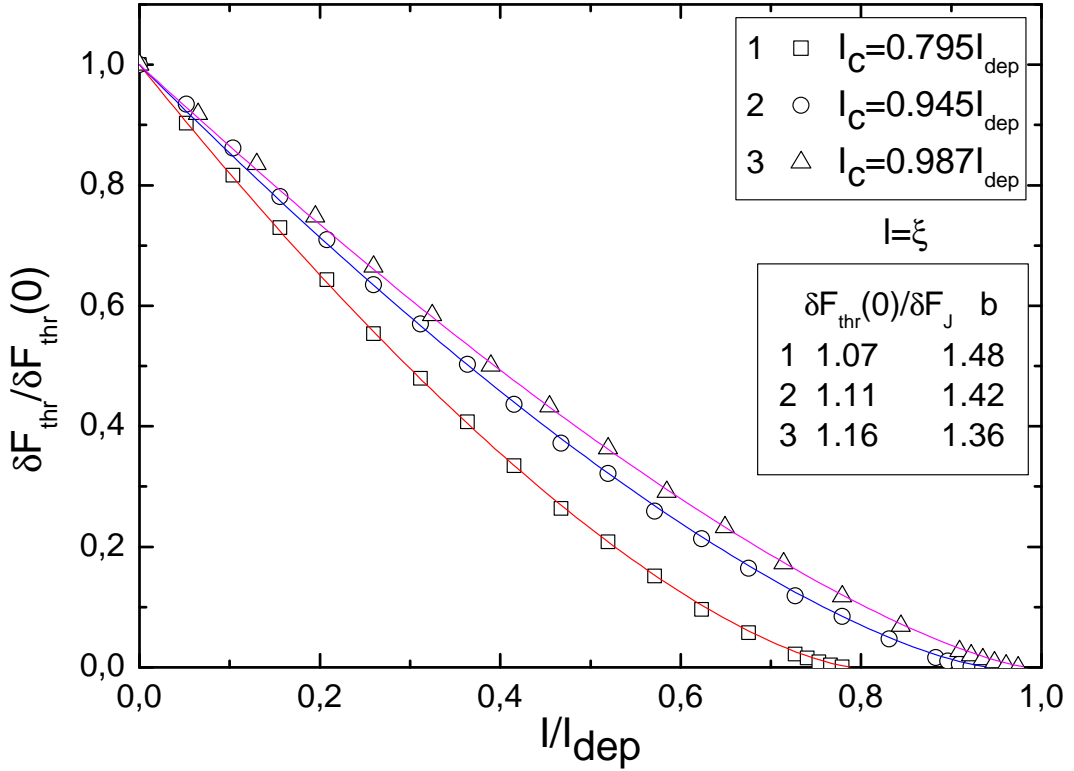


Рис. 2.9. Зависимость энергии пороговой флуктуации от тока для мостиков с различными сужениями (длина сужения $l = \xi$). Аппроксимационные функции $\delta F_{thr}(0)(1 - I/I_c)^b$ изображены сплошными линиями, параметры $\delta F_{thr}(0)$ и b показаны на вставке. Здесь $\delta F_J = \hbar I_c/e$.

Следуя [14], мы ищем решение уравнения (2.26) в виде плоских волн $\Delta, f \propto e^{ikx}$ с комплексными амплитудами. Для расчёта энергии пороговых флуктуаций мы используем выражение (2.5), в котором для определения свободной энергии Гельмгольца используется выражение, полученное в работе Эйленбергера [40]. Используя это выражение и решение уравнения (2.26) для седлового состояния, можно рассчитать энергию пороговых флуктуаций

$$\delta F_{thr} = SN_0 \pi k_B T \hbar v_F Re \sum_{\omega_n} \left(\ln \frac{a_+}{a_-} - \frac{2\Delta_{R0}}{\sqrt{\omega_n'^2 + \Delta_0^2}} - \frac{\hbar}{e} I \arctan \frac{\Delta_{R0}}{|\Delta_I|} \right). \quad (2.29)$$

Здесь $a_{\pm} = \Delta_0^2 - i\Delta_I \omega_n' \pm \Delta_{R0} \sqrt{\omega_n'^2 + \Delta_0^2}$, $\omega_n' = \omega_n + i\hbar k/2$, Δ_0 – модуль комплексной амплитуды параметра порядка, Δ_{R0} и Δ_I – реальные и мнимые части этой амплитуды, определяемые из

уравнений

$$\pi k_B T \sum_{\omega_n} \left(\operatorname{Re} \frac{1}{\sqrt{\omega_n'^2 + \Delta_0^2}} - \frac{1}{|\omega_n|} \right) = \ln T, \quad (2.30)$$

$$\sum_{\omega_n} \operatorname{Im} \left[\frac{1}{\omega_n' + i\Delta_I} \frac{1}{\sqrt{\omega_n'^2 + \Delta_0^2}} \right] = 0. \quad (2.31)$$

В работе [14] выражение (2.29) было использовано без последнего слагаемого, включающего работу источника тока по переводу системы из основного состояния в седловое. Сравнение нашего результата с результатом Жарова и с результатом Лангера-Амбгаокара представлено на рисунке 2.10. Видно, что учёт этого слагаемого значительно меняет вид зависимости $\delta F_{thr}(I)$, приводя её к виду, аналогичному (1.1) в широком диапазоне температур ниже критической (только при $T/T_c = 0.05$ наблюдается заметное отклонение).

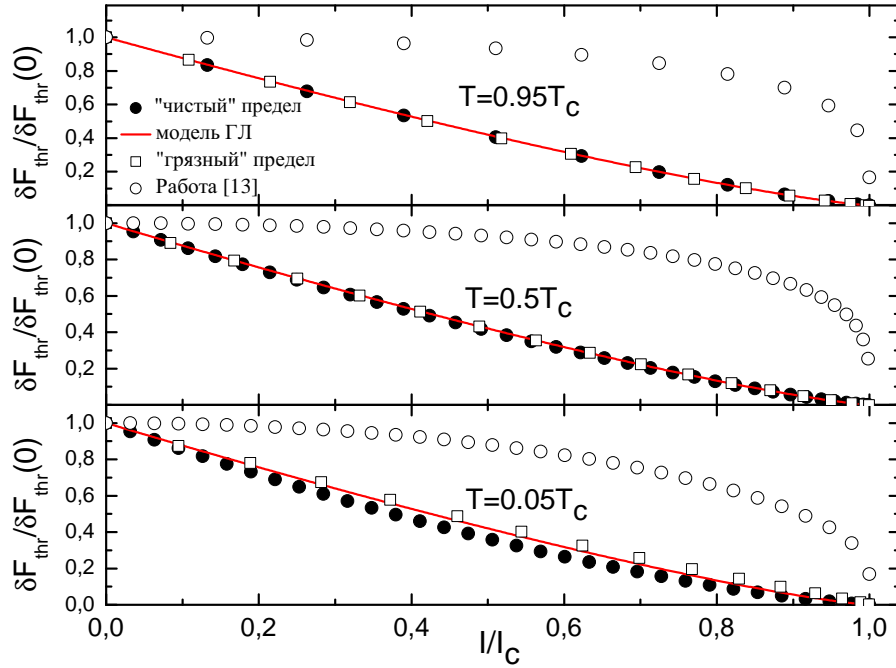


Рис. 2.10. Зависимость энергии пороговой флуктуации от тока для длинного мостика ($L = 30\xi$) при различных температурах в чистом и грязном пределах. Приведено сравнение с результатами, полученными в рамках теории ГЛ (сплошная линия соответствует уравнению (1.1)), и в работе [14] (белые круги – уравнение (2.29) без последнего слагаемого).

Теперь рассмотрим случай грязных сверхпроводящих мостиков ($l \ll \xi_0$), обычно встречающийся на практике. Для расчёта энергии седлового состояния воспользуемся уравнением Узаделя [41] для нормальной $g(\omega_n, x)$ и аномальной $f(\omega_n, x)$ функций Грина в стандартной

параметризации [66]

$$\begin{aligned} g(\omega_n, x) &= \cos \theta(\omega_n, x), \\ f(\omega_n, x) &= \sin \theta(\omega_n, x) e^{\chi(x)}, \end{aligned} \quad (2.32)$$

где θ и χ — действительные функции. В такой параметризации уравнение Узаделя запишется как

$$\frac{\hbar D}{2} \frac{d^2 \theta}{dx^2} - \left(\omega_n + \frac{D}{2\hbar} q_s^2 \cos \theta \right) \sin \theta + \Delta \cos \theta = 0, \quad (2.33)$$

а уравнение самосогласования и формула для плотности сверхтока примут вид

$$\Delta \ln \frac{T}{T_c} = 2\pi k_B T \sum_{\omega_n > 0} \left(\sin \theta - \frac{\Delta}{\omega_n} \right), \quad (2.34)$$

$$j = 4eN_0 D \pi T \frac{q_s}{\hbar} \sum_{\omega_n > 0} \sin^2 \theta. \quad (2.35)$$

Здесь D — коэффициент диффузии, $q_s = \hbar(d\chi/dx)$ — сверхимпульс. Свободная энергия в формуле (2.5) может быть записана в виде

$$\begin{aligned} F &= 2\pi N_0 k_B T S \sum_{\omega_n > 0} \int dx \left\{ \frac{\hbar D}{2} \left[\left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2 \right. \right. \\ &+ \left. \left. \left(\frac{q_s \sin \theta}{\hbar} \right)^2 \right] - 2\omega_n (\cos \theta - 1) - 2\Delta \sin \theta \right. \\ &\left. + \frac{\Delta^2}{\omega_n} \right\} + N_0 S \int dx \Delta^2 \ln \frac{T}{T_c}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Уравнения (2.33, 2.34, 2.35) решались численно методом Ньютона в длинном мостике с граничными условиями $\theta = \theta_\infty$ в точках $x = \pm 15\xi_c$ ($\xi_c = \sqrt{\hbar D/k_B T_c}$), где θ_∞ является решением однородного уравнения Узаделя

$$- \left(\omega_n + \frac{D}{2\hbar} q_s^2 \cos \theta_\infty \right) \sin \theta_\infty + \Delta_\infty \cos \theta_\infty = 0. \quad (2.37)$$

Поиск седлового состояния осуществлялся аналогично поиску в рамках теории ГЛ. Отличие заключалось лишь в том, что вместо модуля параметра порядка в центре мостика фиксировалось значение $\sin \theta(0)/\sin \theta_\infty$. Результаты для токовой зависимости $\delta F_{thr}(I)$ представлены на рисунке 2.10. Можно увидеть, что в грязной длинной проволоке зависимость энергии пороговой флуктуации от тока остаётся близкой к зависимости (1.1). Кроме того, $\delta F_{thr}(0) \simeq \delta F_{LA}(0)$ (см. рисунок 2.11) в широком диапазоне температур ниже критической T_c , если для $I_{dep}(T)$ использовать результаты микроскопических расчётов, а не ток распаривания теории ГЛ. В чистом же случае расходимость значительно больше, достигая примерно 15% для $\delta F_{thr}(0)$ при $T \rightarrow 0$ [14].

Помимо случая длинных мостиков, в грязном пределе был рассмотрен случай коротких

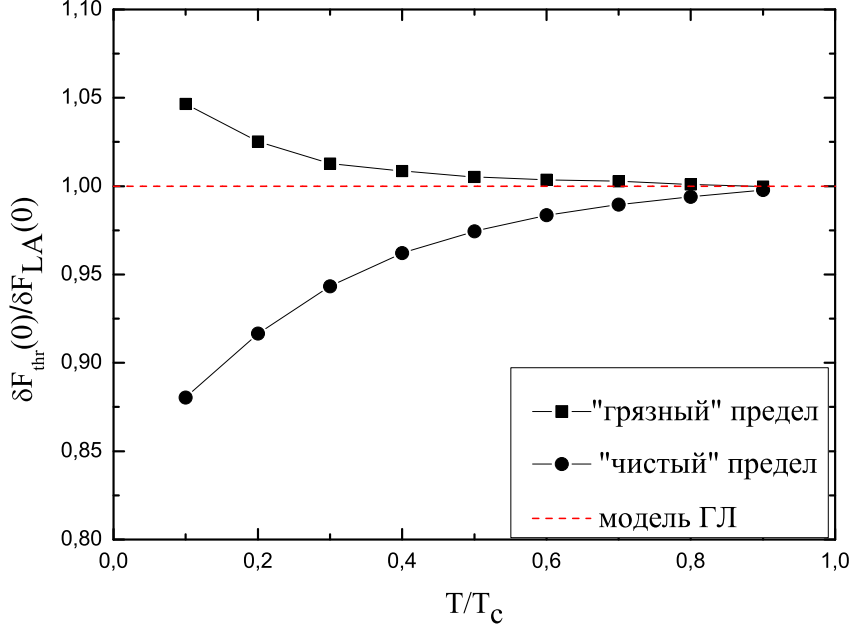


Рис. 2.11. Зависимость энергии пороговой флуктуации при нулевом токе от температуры для длинного мостика ($L = 30\xi$) в чистом и грязном случае. Энергия выражена в единицах $\delta F_{LA}(0) = \sqrt{6}I_{dep}\hbar/2e$.

мостиков ($L \ll \xi$). При этом мы можем пренебречь в уравнении (2.33) слагаемыми, не содержащими производных, как это было сделано Куликом и Омелянчуком при решении задачи о критическом токе [67]. Тогда уравнение 2.33 примет вид

$$\frac{\hbar D}{2} \frac{d^2 \theta^C}{dx^2} - \frac{D}{2\hbar} q_s^2 \cos \theta^C \sin \theta = 0, \quad (2.38)$$

где θ^C — функция θ внутри мостика. В работе [67] из этого уравнения были найдены функции Грина, а также получено ток-фазовое соотношение $I(\phi)$ для такого мостика

$$I(\phi) = \frac{4\pi k_B T}{e R_N} \sum_{\omega_n > 0} \frac{\Delta_\infty \cos \frac{\phi}{2}}{\delta} \arctan \frac{\Delta_\infty \sin \frac{\phi}{2}}{\delta}, \quad (2.39)$$

где $\delta = \sqrt{(\Delta_\infty \cos \phi/2)^2 + \omega_n^2}$, а ϕ — разность фаз между концами мостика. В (2.39) для каждого значения тока есть два значения разности фаз ϕ , соответствующие двум различным состояниям — меньшее значение ϕ отвечает основному состоянию, а большее соответствует седловому. Алгоритм поиска δF_{thr} заключается в следующем: для фиксированного тока находим два значения ϕ , которые затем подставляем в аналитические решения для θ^C из [67], тогда как для θ вне мостика численно решаем уравнения (2.33) and (2.34), пренебрегая распаривающим влиянием тока/сверхскорости в берегах (что допустимо при площади сечения

берега $S_{pad} \gg S$). Решения в мостике и берегах сшиваем, исходя из граничных условий

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\theta^{L,R}}{dx} \right|_{\pm \frac{L}{2}} &= \left. \frac{S}{S_{pad}} \frac{d\theta^C}{dx} \right|_{\pm \frac{L}{2}} \\ &= \frac{S}{S_{pad} L} \frac{2 \omega_n \sin \frac{\phi}{2} \arctan \frac{\Delta_\infty \sin \frac{\phi}{2}}{\delta}}{\delta}, \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$\theta^L \Big|_{-\frac{L}{2}} = \theta^C \Big|_{-\frac{L}{2}} = \theta^C \Big|_{\frac{L}{2}} = \theta^R \Big|_{\frac{L}{2}}, \quad (2.41)$$

$$\theta^L \Big|_{-\frac{L_{sys}}{2}} = \theta^R \Big|_{\frac{L_{sys}}{2}} = \theta_\infty, \quad (2.42)$$

где θ^L, θ^R – функции θ в левом и правом берегах соответственно. Здесь $L_{sys} = 40\xi_c + L$ – длина системы, включающая мостик длиной L и берега с площадью сечения S_{pad} и длиной $(L_{sys} - L)/2$, соприкасающиеся с гораздо более широкими берегами, где θ равно своему значению при данной температуре и нулевом токе. Эти условия исходят из закона сохранения спектральных токов через границу [68] и аналогичны условиям (2.4).

Результаты расчётов представлены на рисунке 2.12. Для $L \ll \xi$ ($L = 0.2\xi_c$) степень $3/2$ приблизительно выполняется во всём диапазоне температур (обратим внимание на заметное отклонение при $I \gtrsim 0.8I_c$ для температур $T = 0.5T_c$ и $T = 0.05T_c$). Для мостика с $L = 0.6\xi_c$ условие $L \ll \xi(T)$ не выполняется при низких температурах, что приводит к большему отклонению от степени $3/2$ в широком диапазоне токов вблизи I_c . Заметим, что $\delta F_{thr}(0) \approx \hbar I_c/e$ (см. вставку на 2.12), отклоняясь больше всего при низких температурах.

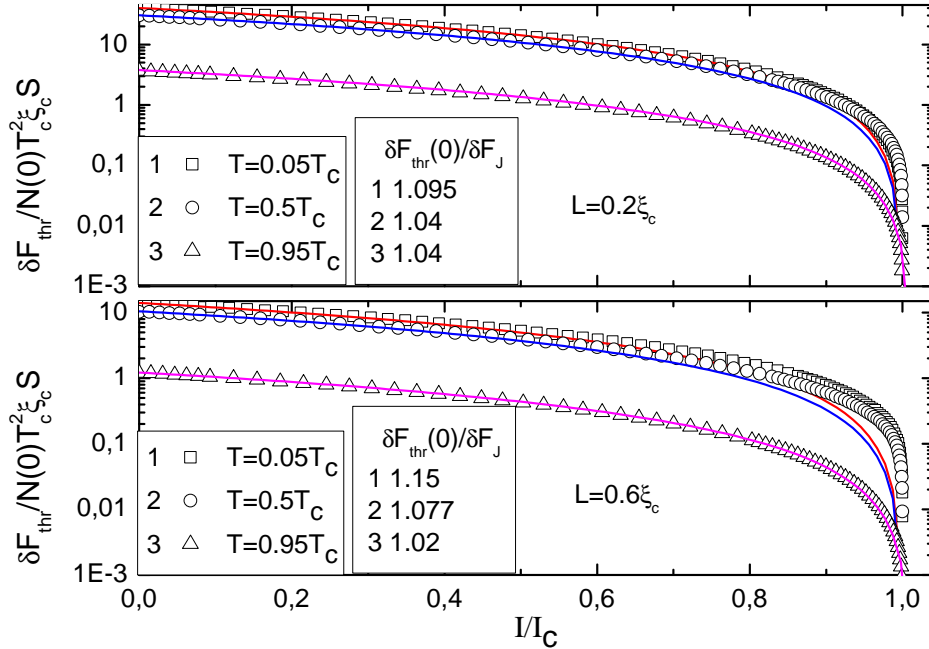


Рис. 2.12. Зависимость энергии пороговой флуктуации от тока для коротких мостиков ($L = 0.2\xi_{Tc}$ и $L = 0.6\xi_{Tc}$) при разных температурах. Сплошными линиями показаны функции $\delta F_{thr}(I = 0)(1 - I/I_c)^{3/2}$. Здесь $\delta F_J = \hbar I_c/e$.

Также в грязном пределе была найдена зависимость $\delta F_{thr}(0)$ от длины мостика. Мы провели расчёты, используя двумерное уравнение Узаделя (для определения седлового состояния было добавлено условие $\theta(x=0, y) = 0$) в той же геометрии, что и в разделе 2.2. Результаты представлено на рисунке 2.13. Так же, как и в модели ГЛ, $\delta F_{thr}(0)$ монотонно возрастает с уменьшением L , соответствуя росту I_c .

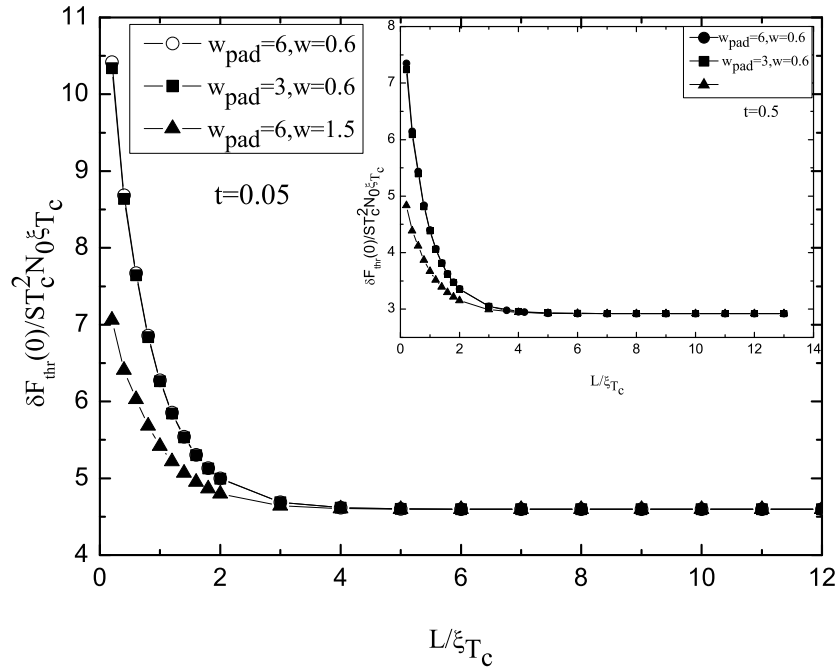


Рис. 2.13. Зависимость энергии пороговой флуктуации при нулевом токе от длины мостика при различных ширинах мостика и берегов. На основном графике представлены результаты при температуре $T = 0.05T_c$, а на вставке — при температуре $T = 0.5T_c$.

Таким образом, мы продемонстрировали, что зависимость энергии пороговой флуктуации от тока, следующая из модели Гинзбурга–Ландау, остаётся применимой при температурах, много меньших T_c , и в грязном, и в чистом пределах, если использовать полученный из микроскопических расчётов критический ток, а не ток распаривания Гинзбурга–Ландау. Этот результат позволяет надеяться, что найденное для $T \sim T_c$ сильное влияние даже сравнительно "слабых" дефектов (которые слабо подавляют критический ток мостика, сохраняя $I_c \simeq I_{dep}$) на зависимость $\delta F_{thr}(I)$ сохраняется и при низких температурах.

Основываясь на наших результатах, можно качественно объяснить зависимость $\delta F_{thr}(I) \sim (1 - I/I_c)^{3/2}$, полученную в работах [20, 21] для длинных мостиков/проволок, присутствием дефектов в образцах. Количественное сравнение провести невозможно из-за отсутствия информации о важных параметрах (сопротивление и коэффициент диффузии мостиков, их ширина и толщина), которые необходимы для определения того, насколько критический ток мостика отличается от тока распаривания. Альтернативное объяснение этих экспериментов основано на представлении мостика в виде цепочки гранул со слабой связью [24], которое естественным образом приводит к степени $3/2$, но не ясно, насколько эта

модель применима к работам [20, 21].

2.5. Выводы

В данной главе была рассчитана энергия пороговой флуктуации δF_{thr} , необходимая для переключения сверхпроводящего токнесущего мостика конечной длины в резистивное состояние. Расчёты были проведены как в рамках теории Гинзбурга-Ландау, так и на основе микроскопической теории, а именно – квазиклассических уравнений Эйленбергера и Узалея. Показано, что для коротких мостиков с длиной $L < \xi$ δF_{thr} растёт при уменьшении длины мостика как $1/L$, что связано со значительным подавлением параметра порядка в берегах, а для длинных мостиков с $L \gg \xi$ выходит на насыщение. Мы нашли, что токовая зависимость δF_{thr} плавно меняется от выражения (1.1) для мостиков с длиной $L \gg \xi$ до зависимости $\delta F_{thr} = \hbar I_c (1 - I/I_c)^{3/2} / e$ для мостиков с длиной $L \ll \xi$, где $I_c = I_0 \xi / L$ - критический ток короткого мостика [64]. В последнем случае токовая зависимость $F_{thr}(I)$ совпадает с известным результатом для джозефсоновских контактов с синусоидальным ток-фазовым соотношением [35], где роль I_c играет критический ток контакта. Полученные результаты остаются применимыми и при температурах много ниже T_c , если использовать критический ток, полученный из микроскопической теории.

Также было обнаружено, что наличие в длинных мостиках даже "слабых" локальных дефектов (приводящих к небольшому подавлению критического тока мостика $I_c \lesssim I_{dep}$) может повлиять на зависимость $\delta F(I)$, изменяя её от $\delta F(I) \simeq (1 - I/I_{dep})^{5/4}$, типичной для длинных мостиков без дефектов, до $\delta F(I) \simeq (1 - I/I_c)^{3/2}$.

Глава 3.

Фазовые солитоны в двузонных сверхпроводящих токнесущих мостиках

3.1. Введение

Настоящая глава диссертации посвящена ряду эффектов, связанных с возникновением в мостиках из двузонных сверхпроводников таких неоднородных состояний, как фазовые солитоны. Помимо двузонных сверхпроводников, эти эффекты также могут проявляться в двухслойных структурах из слабо связанных сверхпроводящих плёнок (возможные реализации рассматриваемых структур представлены на рисунке 3.1). Обнаружение этих эффектов может служить для детектирования фазовых солитонов. Кроме того, в данной главе исследуются условия нового, флуктуационного механизма образования фазовых солитонов. Результаты данной главы опубликованы в работах [A3, A4]. В разделе 3.2 приводятся исходные уравнения нестационарной теории Гинзбурга-Ландау, используемой в этой главе. В разделе 3.3 обсуждается влияние наличия фазовых солитонов в мостике на его критический ток. Также рассматривается влияние силы межзонной джозефсоновской связи на токовую генерацию фазовых солитонов, предсказанную в работе [27]. В разделе 3.4 было исследовано флуктуационное образование фазовых солитонов и его влияние на энергию образования ПФ. Было рассмотрено влияние длины сверхпроводящего мостика и протекающего по нему тока на возможность реализации флуктуационного механизма генерации. В разделе 3.5 собраны основные результаты данной главы.

3.2. Модель

Нами рассматривается система, состоящая из сверхпроводящего мостика с площадью сечения S и длиной L , соединяющего два берега с площадью сечения S_{pad} . Предполагается, что система находится при температуре $T < T_{c2} < T_{c1}$, где T_{c1} и T_{c2} — критические температуры в отсутствие межзонной связи сильной и слабой зон соответственно. Для исследования токовых состояний в сверхпроводящем мостике численно решается одномерное нестационарное уравнение Гинзбурга-Ландау [69], обобщённое на случай двузонной сверхпроводимости [26]

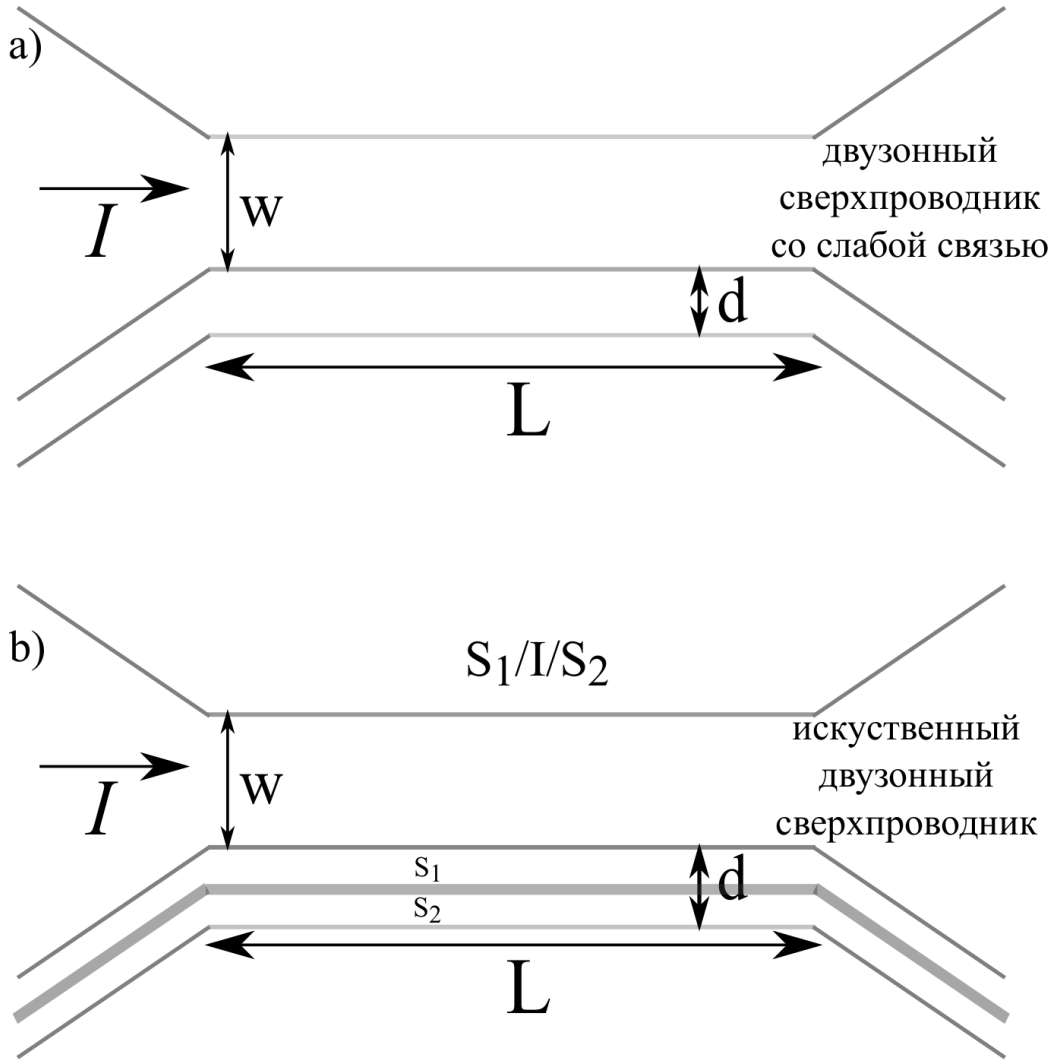


Рис. 3.1. а) Сверхпроводящий мостик, состоящий из двузонного сверхпроводника (ширина мостика – w , толщина – d , и длина – L). б) Искусственный "двузонный" сверхпроводящий мостик, состоящий из двух различных однозонных сверхпроводящих плёнок, разделённых тонким изолирующим слоем.

и дополненное выражением для плотности полного тока j в мостике. В безразмерном виде эти уравнения записываются следующим образом

$$u_1 \left(\frac{\partial}{\partial t} - i\varphi \right) \Delta_1 - \Delta_1 + |\Delta_1|^2 \Delta_1 - \frac{\partial^2 \Delta_1}{\partial x^2} - \gamma \Delta_2 = 0, \quad (3.1)$$

$$u_2 \left(\frac{\partial}{\partial t} - i\varphi \right) \Delta_2 - \alpha \Delta_2 + \beta |\Delta_2|^2 \Delta_2 - g \frac{\partial^2 \Delta_2}{\partial x^2} - \gamma \Delta_1 = 0, \quad (3.2)$$

$$j = -(1 + \sigma) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \text{Im} \left(\Delta_1^* \frac{\partial \Delta_1}{\partial x} \right) + g \text{Im} \left(\Delta_2^* \frac{\partial \Delta_2}{\partial x} \right), \quad (3.3)$$

где $\alpha = |\alpha_2|/|\alpha_1|$, $\beta = \beta_2/\beta_1$, $g = g_2/g_1$ и $\sigma = \sigma_{n2}/\sigma_{n1}$. Здесь φ – электрический потенциал, σ_{nk} – нормальная проводимость в k -й зоне. α_k , β_k и g_k являются коэффициентами разложения в функционале Гинзбурга-Ландау, γ – константа межзонной джозефсоновской связи. α_k , β_k , g_k и γ были определены в рамках теории БКШ через микроскопические параметры

в работах [70] и [71] для чистых и грязных сверхпроводников соответственно. Координата x выражена в единицах длины когерентности первой (сильной) зоны $\xi_1 = \sqrt{g_1 \hbar^2 / |\alpha_1|}$, параметры порядка в единицах $|\Delta_{10}| = |\alpha_1| / \beta_1$, время в единицах времени релаксации тока первой зоны $t_1 = \beta_1 \sigma_{n1} / 8e^2 g_1 |\alpha_1|$, константа джозефсоновского взаимодействия γ безразмерна на $|\alpha_1|$, а плотность тока безразмерна на $j_0 = 4e \hbar g_1 |\Delta_{10}|^2 / \xi_1$. В синфазном случае межзонная разность фаз $\phi = \phi_1 - \phi_2$ определяется знаком константы γ : при $\gamma > 0$ разность фаз $\phi = 0$, а при $\gamma < 0$ $\phi = \pi$. В дальнейшем будем считать $\gamma > 0$.

Параметры u_k в уравнениях 3.1,3.2 характеризуют отношение времени релаксации параметра порядка в соответствующей зоне к времени релаксации для тока в первой зоне. В случае бесщелевой сверхпроводимости параметры $u_{1,2} = 5.79$ (см., к примеру, работу [37]). В случае сверхпроводников с щелью уравнения 3.1,3.2 по-прежнему можно использовать, но с большими значениями параметров u_k , чтобы учесть сравнительно большое время релаксации $|\Delta_k|$, возникающее из-за неупругого электрон-фононного рассеяния [72]. Как будет показано ниже, большие значения u_k могут привести к меньшим критическим токам, но основные результаты не зависят от величины u_k . Таким образом, в расчётах мы используем как небольшие значения $u_k < 1$, так и значения $u_k \gg 1$. Для простоты и уменьшения числа независимых параметров, мы предполагаем, что $u_1 = u_2 = u$.

Уравнения 3.1–3.3 решаются для мостиков со сверхпроводящими и с нормальными берегами. Сечение сверхпроводящих берегов предполагается много большим сечения мостика (что обеспечивает малую плотность тока и равновесное сверхпроводящее состояние в берегах, т.е. $(\partial/\partial t + i\varphi)\Delta_k(L) = 0$). В этом случае уравнения 3.1–3.2 решаются с граничными условиями

$$\begin{aligned} \Delta_k(0, t + \Delta t) &= \Delta_k(0, t) = |\Delta_k^0|, \\ \Delta_k(L, t + \Delta t) &= \Delta_k(L, t) e^{-i\varphi_L \Delta t}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

где Δ_k^0 — это значение параметра порядка в берегах при нулевом токе, L — длина мостика, φ_L — значение электрического потенциала в точке $x = L$, а Δt — это шаг по времени. Чтобы найти электрический потенциал φ , уравнение 3.3 решалось на каждом шаге по времени при заданном полном токе и граничном условии $\varphi(0) = 0$. Критерием стационарности является условие $\varphi(L) - \varphi(0) = 0$.

В случае нормальных берегов используются граничные условия

$$\Delta_k(0, t) = \Delta_k(L, t) = 0 \quad (3.5)$$

с критерием достижения стационарного состояния вида $\partial|\Delta_k|/\partial t = 0$.

3.3. Индуцированные солитонами осцилляции критического тока в двузонных сверхпроводящих мостиках

3.3.1. Токовые состояния в двузонных сверхпроводниках без межзонной джозефсоновской связи

В данном разделе рассматривается влияние на токовый механизм генерации фазовых солитонов длины сверхпроводящего мостика и силы межзонной связи.

Рассмотрим случай с константой $\gamma = 0$. Такие двузонные системы соответствуют либо искусственным "двузонным" сверхпроводящим структурам с довольно толстой изолирующей прослойкой, либо двузонному сверхпроводнику с $\gamma \ll \alpha$ (предполагается, что такие параметры могут быть у жидкого металлического водорода [73]). В основном состоянии разность фаз между зонами $\phi = 0$, что обеспечивается граничными условиями и отсутствием электрического поля в мостике. В этом случае уравнения 3.1–3.3 для длинного мостика в стационарном случае запишутся как

$$|\Delta_1|((q^{pl})^2 - 1) + |\Delta_1|^3 = 0, \quad (3.6)$$

$$|\Delta_2|((q^{pl})^2 - \alpha) + \beta|\Delta_2|^3 = 0, \quad (3.7)$$

$$j = q^{pl}(|\Delta_1|^2 + g|\Delta_2|^2), \quad (3.8)$$

где $q^{pl} = \partial\phi_1/\partial x = \partial\phi_2/\partial x$ —сверхскорость в синфазном состоянии. Ради уменьшения числа свободных параметров будем считать параметры $\beta = g = 1$. Изменение β и g представляет ещё один способ изменения критических сверхскоростей и плотностей тока зон (для этого в нашей модели мы меняем значение α). Выбор β и g не влияет на механизм образования фазовых солитонов и полученные ниже результаты затрагивает только количественно. Из этих уравнений можно получить выражения для сверхскорости, критической сверхскорости и сверхтока в синфазном состоянии, когда сверхскорости в обеих зонах равны

$$q^{pl} = 2\sqrt{\frac{1+\alpha}{6}} \cos \left[\frac{1}{3} \arccos \left(-\frac{j}{4} \left(\frac{6}{1+\alpha} \right)^{3/2} \right) - \frac{2\pi}{3} \right], \quad (3.9)$$

$$q_c^{pl} = \sqrt{\frac{1+\alpha}{6}}, \quad (3.10)$$

$$j_c^{pl} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{(1+\alpha)^3}{6}}. \quad (3.11)$$

В случае разных параметров порядка, т.е. $\alpha < 1$, критическая сверхскорость q_c^{pl} больше собственного критической сверхскорости второй (слабой) зоны $q_{c2} = \sqrt{\alpha/3}$. Таким образом, в слабой зоне при $q^{pl} > q_{c2}$ происходит разрушение сверхпроводимости, и максимальный ток в синфазном состоянии ограничен $j(q_{c2})$. Возникающие проскальзывания фазы и электрическое поле перераспределяет сверхскорость, что, в свою очередь, приводит к перераспреде-

нию токов в зонах. В результате система приходит к стационарному, однородному состоянию с линейно изменяющейся межзонной разностью фаз $\phi = 2\pi mx/L$ (солитоноподобное состояние с размером солитона, равным длине мостика), где m —целое число, равное разности количества проскальзываний фаз в сильной и слабой зонах (оно равно числу солитонов в мостике). Если выбрать $\phi(x = 0) = 0$, то при $x = L$ межзонная разность фаз $\phi = 2\pi m$, т.е. в берегах сохраняется синфазное состояние. В этом солитоноподобном состоянии параметры порядка определяются обычными выражениями $|\Delta_1| = \sqrt{1 - q_1^2}$ и $|\Delta_2| = \sqrt{\alpha - q_2^2}$, а сверхскорость $q_{1,2}^{ps}$ и сверхток определяются выражениями

$$q_1^{ps} = 2\sqrt{\frac{1 + \alpha}{6} - \frac{\pi^2 m^2}{L^2}} \cos \left[\frac{1}{3} \arccos \left(-\frac{(\frac{\pi m}{L}(\alpha - 1) + j) \left(\frac{1 + \alpha}{6} - \frac{\pi^2 m^2}{L^2}\right)^{-3/2}}{4} \right) - \frac{2\pi}{3} \right] + \frac{\pi m}{L}, \quad (3.12)$$

$$q_2^{ps} = 2\sqrt{\frac{1 + \alpha}{6} - \frac{\pi^2 m^2}{L^2}} \cos \left[\frac{1}{3} \arccos \left(-\frac{(\frac{\pi m}{L}(\alpha - 1) + j) \left(\frac{1 + \alpha}{6} - \frac{\pi^2 m^2}{L^2}\right)^{-3/2}}{4} \right) - \frac{2\pi}{3} \right] - \frac{\pi m}{L},$$

$$q_{c1}^{ps} = \sqrt{\frac{1 + \alpha}{6} - \frac{\pi^2 m^2}{L^2}} + \frac{\pi m}{L}, q_{c2}^{ps} = \sqrt{\frac{1 + \alpha}{6} - \frac{\pi^2 m^2}{L^2}} - \frac{\pi m}{L}, \quad (3.13)$$

$$j_c^{ps} = q_{c1}^{ps}(1 - (q_{c1}^{ps})^2) + q_{c2}^{ps}(\alpha - (q_{c2}^{ps})^2). \quad (3.14)$$

Значение m ограничено условиями $q_1^{ps} < q_{c1}^{ps}, q_2^{ps} < q_{c2}^{ps}$ в стационарном состоянии и длиной мостика, поскольку каждое проскальзывание фазы изменяет внутризонную разность фаз между концами мостика на 2π , что приводит к соответствующему изменению сверхскоростей $q_{1,2}$ на $\sim \pm 2\pi/L$. Поскольку выражения для критических скоростей 3.13 также зависят от длины мостика, можно ожидать осцилляции зависимости критического тока от длины мостика, соответствующие изменению числа проскальзывания фаз и фазовых солитонов.

На рисунке 3.2 представлено сравнение численно рассчитанного критического тока j_c с аналитическими выражениями $j_c^{ps}(q_{c1}^{ps}, q_{c2}^{ps})$ (уравнение 3.14). В качестве параметра, отражающего экспериментально наблюдаемую разницу в характеристиках зон (или, в случае искусственной структуры, входящих в неё сверхпроводников), было выбрано отношение критических токов зон (сверхпроводников) $R = j_{c2}/j_{c1}$. Максимум осцилляций ограничен сверху $j_{c1} + j_{c2}$ (в безразмерных единицах $j_{c1} = 2/3\sqrt{3}$, $j_{c2} = \sqrt{\alpha^3}j_{c1}$). Минимумы в зависимости $j_c(L)$ соответствуют переходам между областями с различным числом фазовых солитонов.

Такое поведение аналогично зависимости критического тока сверхпроводящего кольца от его радиуса, образованного из двух дуг с разными критическими токами (см. рисунок 3.3). Когда плотность тока в верхней дуге превышает j_{c1} , в этой дуге начинается процесс проскальзывания фазы, и ток перераспределяется, что приводит к $j < j_{c1}$ в верхней дуге и ненулевой завихренности $N = \oint \nabla \phi ds / 2\pi$ в кольце. Число проскальзываний фазы зависит от радиуса кольца (его длины), поскольку каждое проскальзывание фазы уменьшает сверхскорость в верхней дуге на $\sim 1/r \sim 1/L$. В такой системе можно ожидать осцилляции в зависимости j_c от радиуса, поскольку с увеличением r завихренность возрастает дискрет-

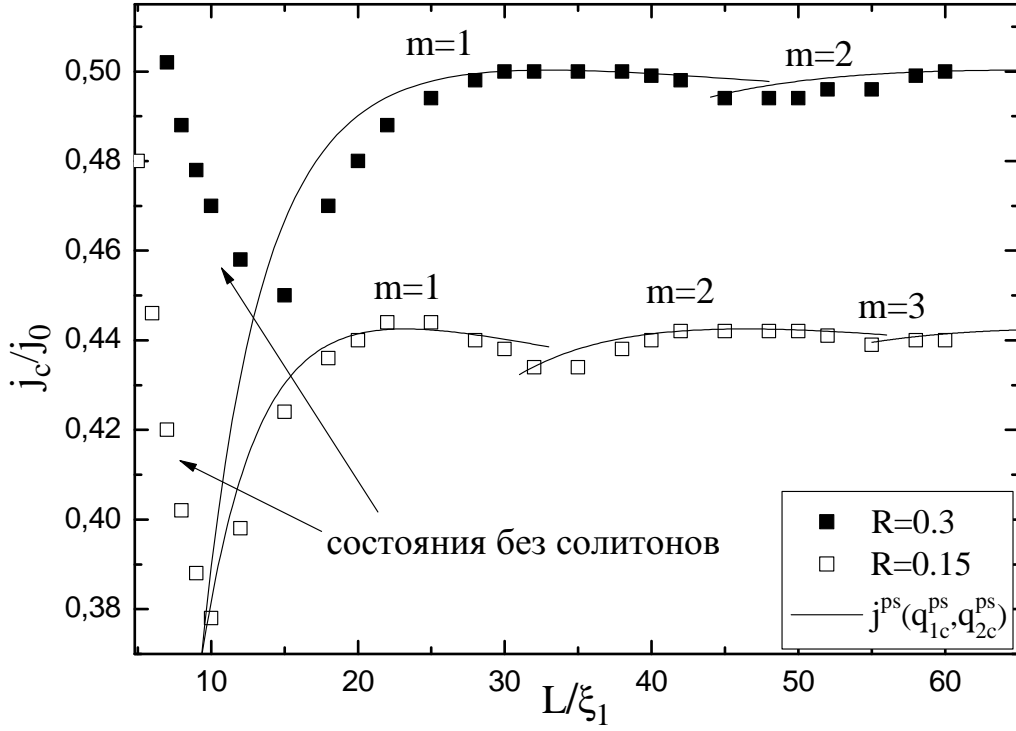


Рис. 3.2. Зависимость критической плотности тока j_c от длины мостика L в отсутствие межзонной джозефсоновской связи при различных значениях параметра $R = 0.15, R = 0.3$ и при $u_1 = u_2 = 0.2$. Сплошные линии соответствуют уравнению 3.14 при различных значениях m .

но. Таким образом, завихренность в таком кольце является аналогом фазового солитона в мостике из двузонного сверхпроводника.

При $m = 1$ критический ток j_c , согласно уравнениям 3.13 и 3.14, уменьшается с уменьшением длины L . Для сравнительно коротких мостиков с длиной $L \lesssim 10\xi_1$ перераспределение сверхскоростей, вызванное проскальзываниями фазы, оказывается слишком большим, чтобы сохранить систему в стационарном состоянии, и вплоть до критического тока мостик остаётся в синфазном состоянии. Для таких маленьких длин $j_c \sim 1/L$, аналогично случаю мостика из однозонного сверхпроводника [64]. Поэтому у зависимости $j_c(L)$ есть минимум при $L \sim 10 - 20\xi_1$, соответствующий переходу между областями с синфазными состояниями (малые длины) и состояниями с одним солитоном (большие длины). Поскольку положение этого минимума связано со значением j_c^{pl} , он весьма чувствителен к значениям α и j_{c2} (см. уравнение 3.11). Это подтверждается численными расчётами (см. рисунок 3.2).

Также мы проделали вычисления для мостика с нормальными берегами. В этом случае осцилляции $j_c(L)$ и минимум при $L \sim 10 - 20\xi_1$ отсутствуют. Однако, при превышении критической сверхскорости слабой зоны здесь также происходит проскальзывание фазы и перераспределение сверхтоков между зонами, что приводит к формированию фазовых солитонов и критическому току, большему, чем $j(q_{c2})$. Отсутствие осцилляций связано с от-

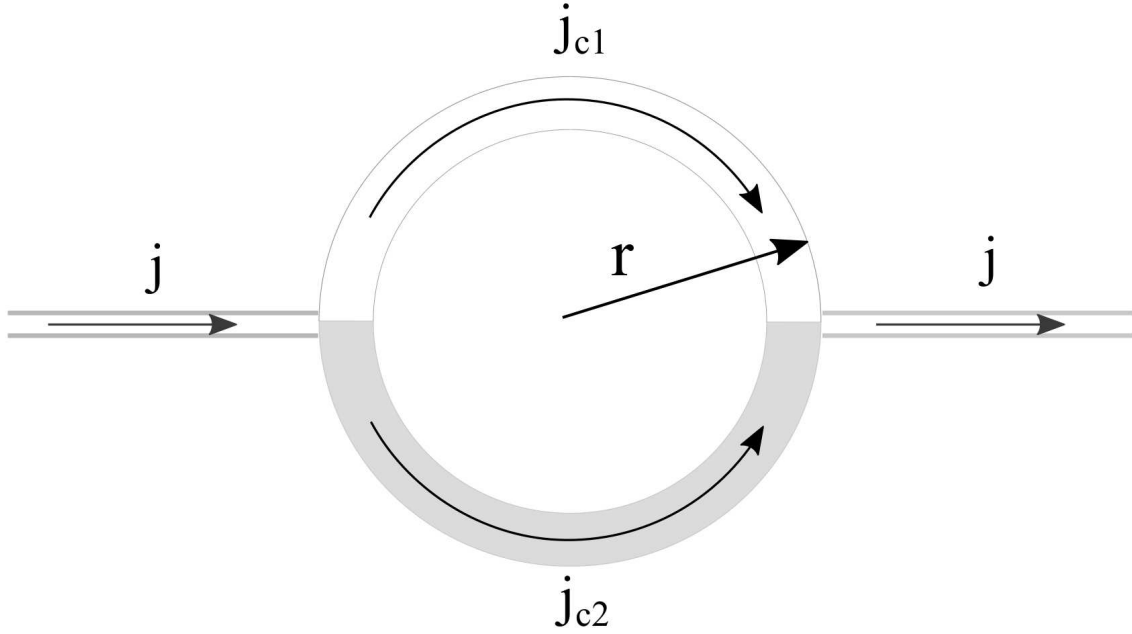


Рис. 3.3. Сверхпроводящее кольцо из двух дуг с различными критическими плотностями тока $j_{c1} < j_{c2}$.

существом жёстких граничных условий, т.е. фиксации набега межзонной разности фаз вдоль мостика $\phi(L) = 2\pi m$. В случае сверхпроводящих берегов это условие фиксирует разность сверхскоростей равной $2\pi m/L$ и ограничивает сверху возможные значения сверхскоростей после проскальзывания фазы значениями $q_{1,2}^{ps}$, определяемыми длиной мостика. Здесь же отсутствие условия $\phi(L) = 2\pi m$ позволяет более свободное перераспределение сверхскоростей и снимает зависимость $q_{1,2}^{ps}$ от длины.

3.3.2. Случай конечной межзонной джозефсоновской связи

Рассмотрим влияние межзонной джозефсоновской связи на критический ток сверхпроводящего мостика. Как было показано в [27], при наличии слабой джозефсоновской связи в сверхпроводнике при $q^{pl} > q_{c2}$ возникают фазовые солитоны. Помимо этого, в работе [25] было показано, что фазовые солитоны устойчивы только при малых значениях константы связи γ . Таким образом, можно ожидать, что фазовые солитоны будут влиять на критический ток только при малой $\gamma \ll \alpha_1, \alpha_2$.

Для расчёта критического тока j_c в этом случае мы численно решали уравнения 3.1—3.3 для различных длин мостика и значений параметра γ . В основном нами использовалось значение параметра $R = 0.15$. На рисунке 3.4 представлены результаты расчётов для значений $\gamma = 0.005$ и $\gamma = 0.1$. В случае малых γ синфазное состояние разрушается аналогичным случаю $\gamma = 0$ образом. Единственное отличие состоит в том, что присутствие конечной γ приводит к нелинейной зависимости $\phi(x)$, что также приводит к небольшим изменениям $|\Delta_k|(x)$ (см. рисунок 3.5). Как видно из вставки на рисунке 3.4, осцилляции критической плотности тока $j_c(L)$ соответствуют изменению с длиной мостика числа фазовых солитонов m . Переходам между областями с различными m отвечают минимумы $j_c(L)$.

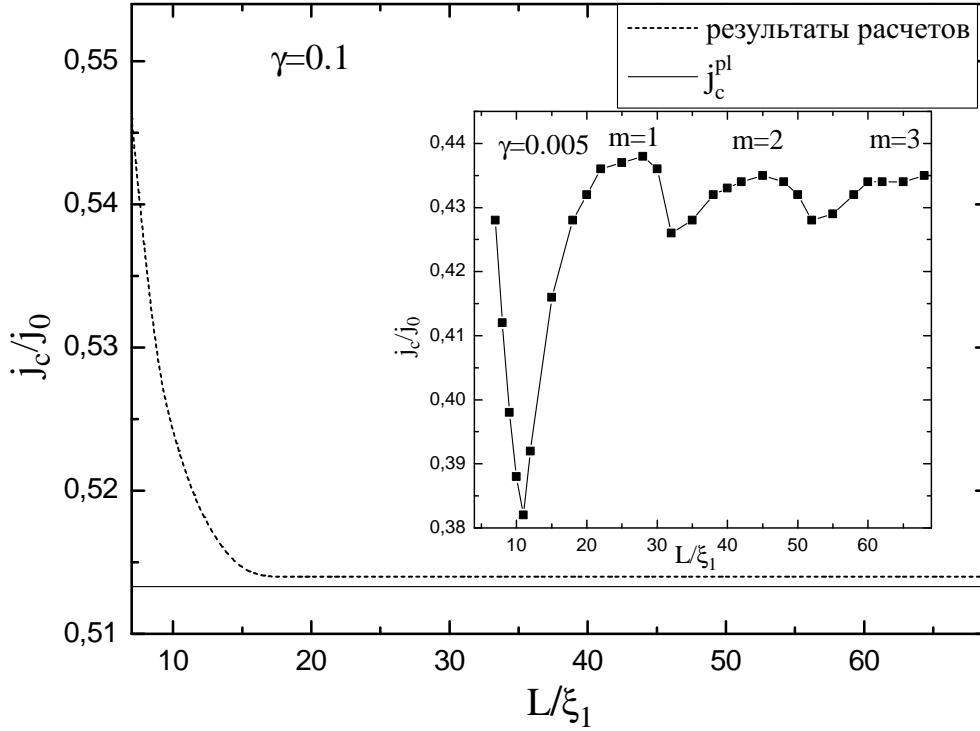


Рис. 3.4. Зависимость критической плотности тока $j_c(L)$ для константы межзонной джозефсоновской связи $\gamma = 0.005$ (вставка) и $\gamma = 0.1$ при $R = 0.15$. Расчёты выполнены для значения параметра $u = u_1 = u_2 = 0.2$. Сплошная кривая соответствует уравнению 3.14.

Амплитуда осцилляций $j_c(L)$ уменьшается с ростом константы γ , и они полностью исчезают при достаточно сильной межзонной связи (см. рисунок 3.4). Это происходит из-за подавления независимого проскальзывания фазы в различных зонах и отсутствия состояний с фазовыми солитонами. Но в случае не очень больших γ всё ещё существует конечное распределение $\phi(x)$ при токах, слегка ниже j_c , что связано с неоднородным распределением параметров порядка вдоль мостика. У этого распределения ϕ (так называемой "фазовой текстуры" [74]) изменения ϕ малы, и оно не создаёт конечную межзонную разность фаз между берегами. Аналогичное распределение межзонной разности фаз существует также для $\gamma \neq 0$ ниже перехода в состояние с солитонами (см. рисунок 3.5).

Зависимость $j_c(\gamma)$ показана на рисунке 3.6(a) для мостика с длиной $L = 60\xi_1$. При малых γ критическая плотность тока уменьшается с ростом γ , поскольку сильнее подавляются параметры порядка в обеих зонах в центре фазовых солитонов [25] (смотрите рисунок 3.6(b)), что делает сверхпроводящее состояние неустойчивым при меньших токах. Зависимость $j_c(\gamma)$ достигает минимума при $\gamma = 0.022$ (для использованных в расчётах параметров), который соответствует переходу от состояния с фазовыми солитонами к состоянию с фазовой текстурой. С дальнейшим увеличением γ критическая плотность тока возрастает из-за усиления слабой зоны. На рисунке 3.6(a) мы также построили зависимость j_c^{pl} , найденную с использованием предположения, что переход в резистивное состояние происходит из синфазного

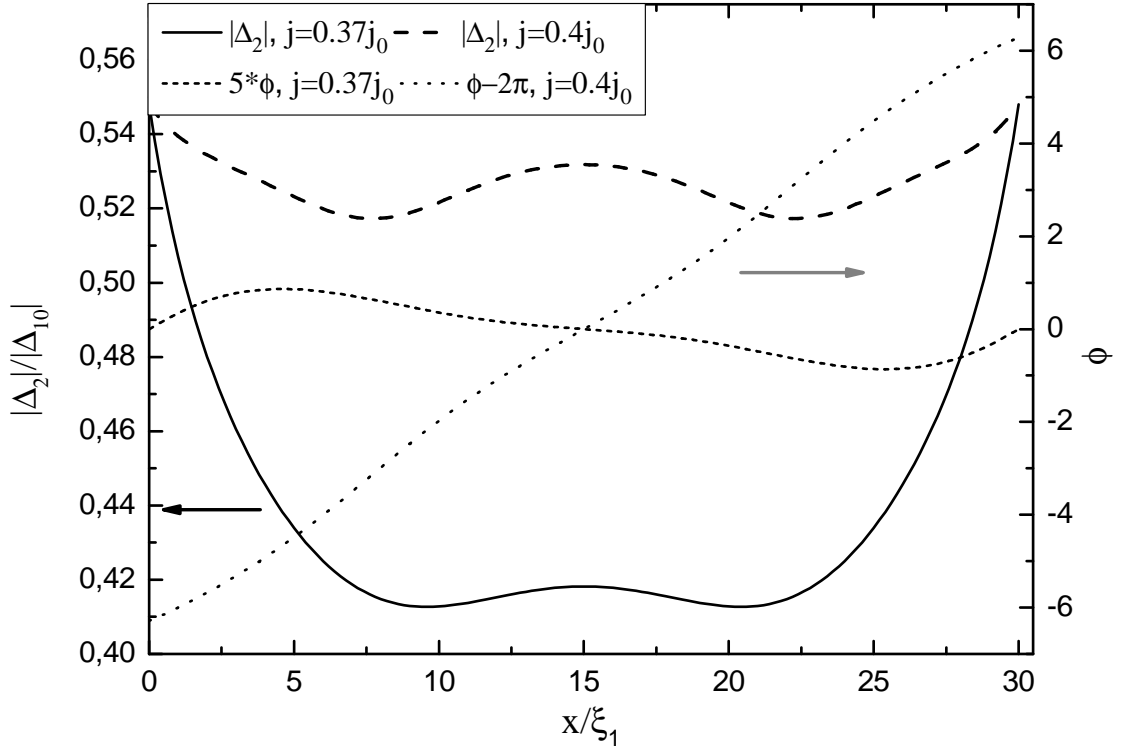


Рис. 3.5. Амплитуда второй щели $|\Delta_2|$ (сплошная линия для плотности тока $j = 0.37j_0$ и штрихи для плотности тока $j = 0.4j_0$) и межзонная разность фаз ϕ (короткие штрихи для $j = 0.37j_0$ и точечный пунктир для плотности тока $j = 0.4j_0$) для значения константы межзонной связи $\gamma = 0.01$, параметра $u = u_1 = u_2 = 0.5$, $R = 0.15$ и длины мостика $L = 30\xi_1$. Для наглядности межзонная разность фаз для плотности тока $j = 0.37j_0$ умножена на пять, а межзонная разность фаз для плотности тока $j = 0.4j_0$ сдвинута вниз на 2π .

состояния (подобная зависимость была получена в работе [28]). Видно, что она совпадает с нашей j_c при достаточно больших значениях γ , когда состояние с фазовой текстурой практически исчезает (состояние с фазовой текстурой ослабляет сверхпроводящее состояние так же, как это делает состояние с солитонами) и $j_c < j_c^{pl}$ (за исключением сравнительно малых γ).

Также мы рассмотрели двузонный мостик с нормальными берегами. Несмотря на присутствие фазовых солитонов, критический ток j_c , аналогично случаю $\gamma = 0$, оказался практически не зависящим от длины мостика.

3.3.3. Влияние большого времени релаксации $|\Delta_k|$ на осцилляции критического тока

В предыдущих расчётах мы использовали малое значение $u_k < 1$. В случае сверхпроводников с сильным неупругим электрон-фононным рассеянием $u_k \gg 1$ ([72]), что может повлиять на процесс проскальзывания фазы. Поэтому мы рассчитали j_c для различных длин

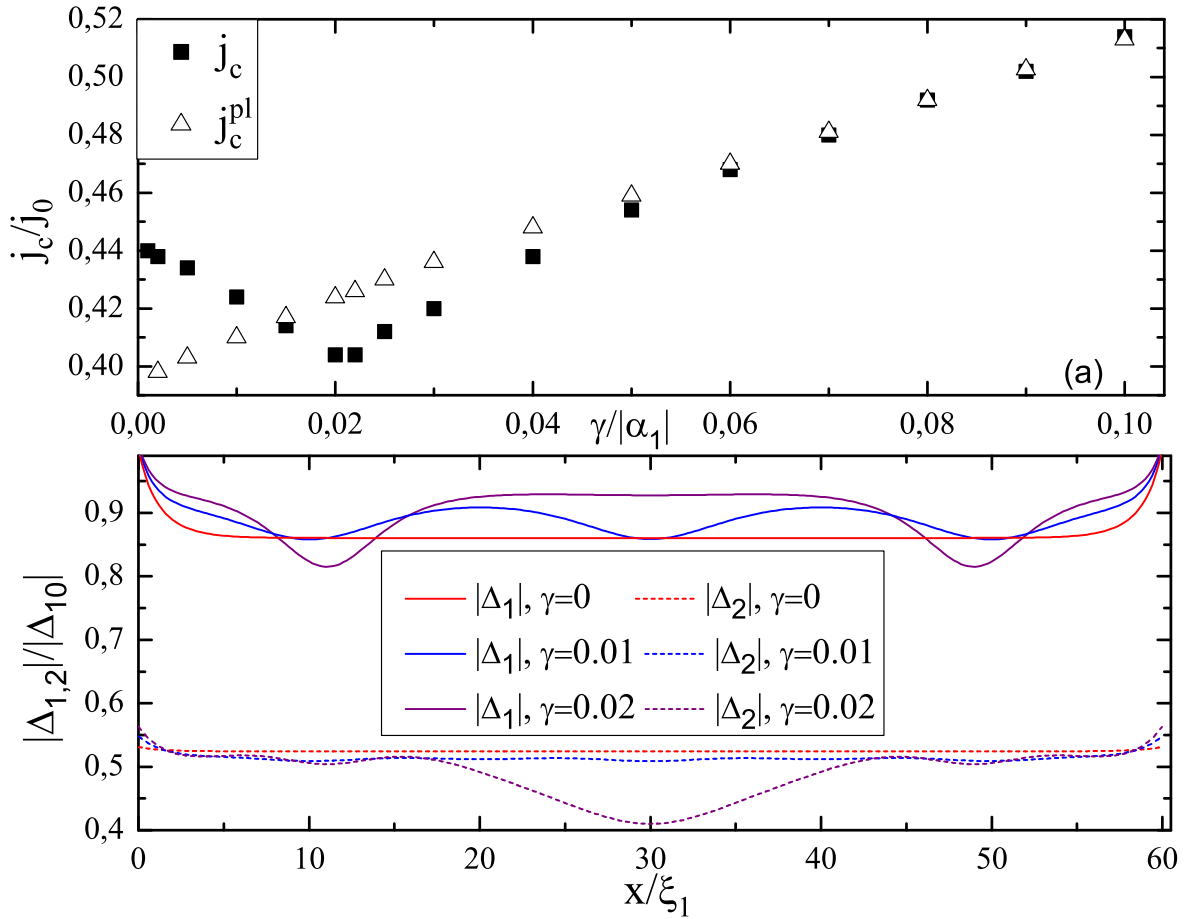


Рис. 3.6. (а) Зависимость критической плотности тока от константы межзонной джозефсоновской связи $j_c(\gamma)$ для длины мостика $L = 60\xi_1$ и параметров $u = u_1 = u_2 = 0.2$ и $R = 0.15$ (квадраты). Приведено сравнение с рассчитанным критическим током j_c^{pl} синфазного состояния (треугольники). (б) Модули параметров порядка для состояний с солитонами при различных значениях γ .

при двух значениях параметра $u = 5.79$ и $u = 50$ и сравнили результаты со случаем малых u (рисунок 3.7). В наших вычислениях мы моделировали экспериментальную ситуацию, в которой ток постепенно увеличивается от нулевого значения в течение большого (по сравнению со временем релаксации параметра порядка) времени. Мы последовательно увеличивали ток, и на каждом шаге возрастания ждали до тех пор, пока система не перейдет в стационарное состояние. Та же самая процедура использовалась после возникновения фазовых солитонов вплоть до тока $j \geq j_c$, при котором стационарное состояние не существует.

Мы обнаружили, что в отсутствие межзонной джозефсоновской связи критический ток зависит от параметра u при достаточно больших длинах мостика, когда переход в резистивное состояние происходит из состояния с солитонами. Найденный эффект связан с большим временем релаксации модуля параметра порядка, которое пропорционально u . При больших u модуль параметра порядка $|\Delta_{1,2}|$ не успевает восстановиться после проскальзывания фазы, и система вместо перехода в состояние с большим числом солитонов m переходит в резистивное состояние. В случае конечной межзонной джозефсоновской связи также может наблюдаться аналогичное влияние большого u , но критические токи начинают различаться

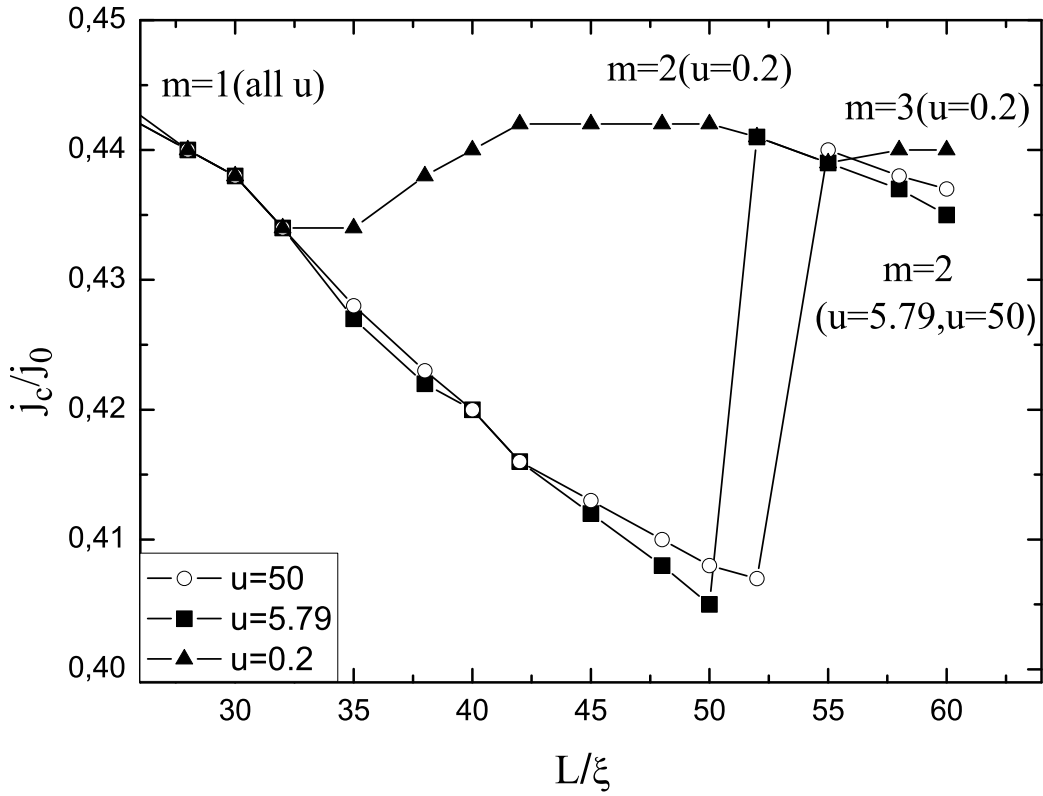


Рис. 3.7. Зависимость критической плотности тока от длины мостика $j_c(L)$ в отсутствие межзонной джозефсоновской связи при различных значениях параметра $u = u_1 = u_2$ и $R = 0.15$.

при больших L и m , чем в случае $\gamma = 0$.

3.4. Флуктуационное образование фазовых солитонов

В данном разделе проводится анализ влияния длины мостика и силы межзонного джозефсоновского взаимодействия на токовую зависимость пороговой энергии образования проскальзывания фазы $\delta F_{thr}(I)$ в двузонных сверхпроводящих мостиках.

Для расчёта пороговой энергии δF_{thr} численно решались одномерные нестационарные уравнения Гинзбурга-Ландау 3.1–3.3. Предполагается, что берега являются сверхпроводящими, поэтому использовались граничные условия 3.4. В случае малых длин мостика L для учёта подавления параметров порядка в берегах использовались граничные условия в глубине берегов ($x = L_{sys} = L + 16\xi_1$), дополненные условиями на границе мостик/берег

$$\left. \frac{d\Delta_{1,2}^L}{dx} \right|_{\frac{L_{sys}-L}{2}} = \frac{S}{S_{pad}} \left. \frac{d\Delta_{1,2}^C}{dx} \right|_{\frac{L_{sys}-L}{2}}, \quad \left. \frac{d\Delta_{1,2}^C}{dx} \right|_{\frac{L_{sys}+L}{2}} = \frac{d\Delta_{1,2}^R}{dx} \Big|_{\frac{L_{sys}+L}{2}}. \quad (3.15)$$

Эти условия аналогичны условиям 2.4а. Для определения пороговой энергии образования ПФ использовалось выражение 2.5. В случае наличия в основном состоянии фазовых соли-

тонов использовалась (аналогично работе [75], где вместо различных зон рассматривались различные нанопроволоки, соединяющие массивные контакты) разность фаз между концами в той зоне, в которой не происходило проскальзывания фазы, приведшего к образованию фазового солитона. Свободная энергия определялась как

$$F_{saddle,ground} = -\frac{S\beta_1}{2} \int |\Delta_1|^4 dx - \frac{S\beta_2}{2} \int |\Delta_2|^4 dx. \quad (3.16)$$

В вычислениях и в представленных ниже результатах энергия выражалась в единицах $F_0 = \hbar^2 g_1 |\Delta_{10}|^2 \xi_1^3$.

Для поиска седлового состояния использовался численный метод, аналогичный использованному в предыдущей главе: в центре мостика при заданном значении полного тока фиксировался модуль параметра порядка в сильной или слабой зоне, либо в обеих зонах одновременно. После нахождения соответствующих такой фиксации распределений параметров порядка, система релаксировала уже со свободными значениями параметров порядка в центре. Минимальное значение $|\Delta_2|$ в центре при фиксированном $|\Delta_1|$ (или минимальное значение $|\Delta_{1,2}|$ при фиксации только одного параметра порядка), которое не приводит при релаксации к возникновению ПФ, соответствует седловому состоянию системы. Далее из полученного набора седловых состояний, соответствующих различным $|\Delta_1|$ в центре, выбирается интересующее нас минимальное состояние.

3.4.1. Пороговая энергия образования проскальзывания фазы в системе без межзонной джозефсоновской связи

Аналогично предыдущему разделу, вначале рассмотрим случай, когда константа межзонного джозефсоновского взаимодействия $\gamma = 0$. Чтобы уменьшить число свободных параметров системы, примем $\beta = g = 1$ и будем менять только величину параметра α .

При малых токах основным состоянием системы является синфазное состояние, в котором межзонная разность фаз $\phi = 0$, и сверхскорость q^{pl} в этом состоянии одинакова для обеих зон. В длинном мостике подобное состояние обладает собственной критической сверхскоростью q_c^{pl} . В случае разных зон $\alpha < 1$, и тогда q_c^{pl} превышает критическую сверхскорость слабой зоны $q_{c2} = \sqrt{\alpha/3}$. Как было показано в разделе 3.3, превышение q_{c2} приводит к перераспределению сверхскоростей между зонами и образованию стационарного состояния с неоднородной солитоноподобной межзонной разностью фаз $\phi = 2\pi m x/L$, где m —целое число, равное разности количества проскальзываний фаз в сильной и слабой зонах, а также числу солитонов в мостике. Число солитонов в мостике меняется с увеличением полного сверхтока I и длины мостика L . Солитоноподобные состояния существуют только при достаточно больших длинах, и при длинах мостика $L \lesssim 10 - 20\xi_1$ эти состояния отсутствуют.

Несмотря на то, что солитоноподобные состояния образуются при токах, соответствующих сверхскорости q_{c2} , они могут быть энергетически выгоднее синфазных состояний при меньших токах, на что указывал ещё Гуревич в своей работе [27]. Поскольку в исследуемой системе является фиксированным полный сверхток, для сравнения энергии этих состояний

были рассчитаны энергии Гиббса $G = F - 2I\Delta\phi_k$ для состояний с солитонами и без них. Здесь $\Delta\phi_k$ —набег фазы параметра порядка между концами мостика. В случае синфазного состояния он одинаковый для каждой из зон, в случае солитоноподобных состояний для однозначности учитывается набег фазы в зоне, в которой не происходило проскальзываний фазы. На рисунке 3.8 представлено сравнение численно рассчитанных токовых зависимостей энергий Гиббса с солитоном и без солитона. Расчёты производились для системы, характеризуемой отношением собственных критических токов зон $R = j_{c2}/j_{c1} = 0.15$. В этом случае для представленных длин значение плотности сверхтока $j(q_{c2})$, приводящего к образованию ПФ, составляет $\sim 0.33j_0$. Видно, что состояние с солитоном действительно становится энергетически выгоднее синфазного состояния при токе j_s , меньшем $j(q_{c2})$. Расчёт энергии Гиббса с использованием аналитических выражений для сверхскоростей и параметров порядка, полученных в разделе 3.3, подтверждает полученные численно результаты.

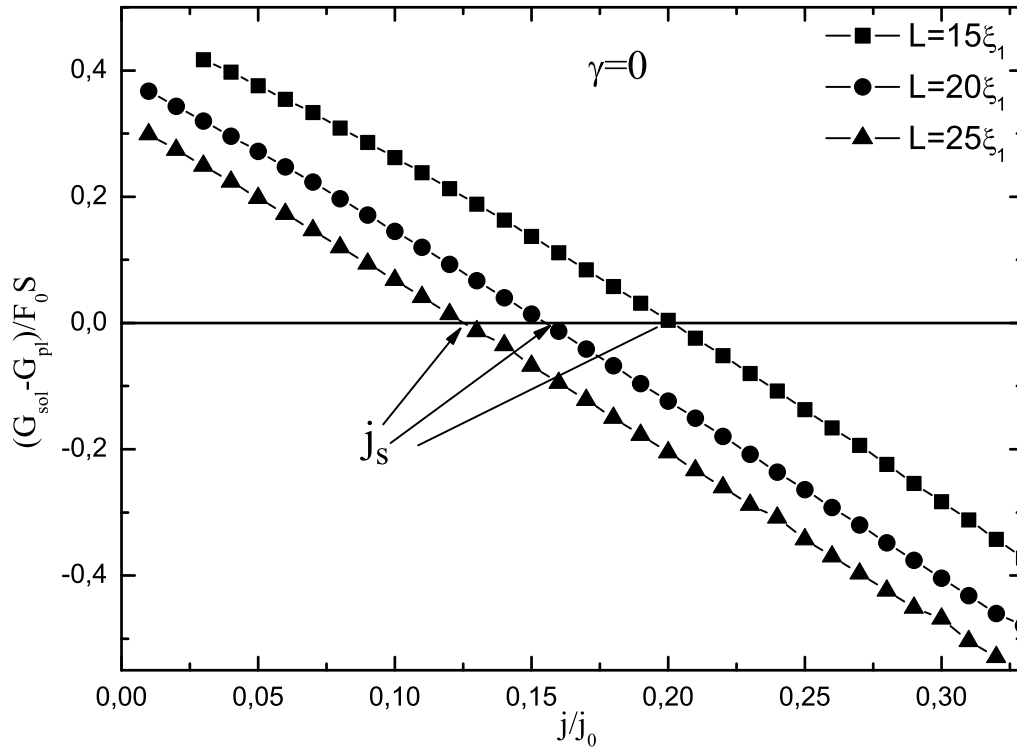


Рис. 3.8. Зависимость энергии Гиббса односолитонного состояния G_{sol} относительно энергии Гиббса синфазного состояния G_{pl} от плотности полного сверхтока j в мостике при различных длинах мостика L .

Величина j_s уменьшается с ростом длины мостика и стремится к нулю при $L \rightarrow \infty$, поскольку при больших L перераспределение сверхскоростей $\Delta q = 2\pi/L$ мало, и солитоноподобное и синфазное состояния слабо отличаются друг от друга. Резкое падение разности энергий до нуля при малых токах для длины $L = 15\xi_1$ объясняется тем, что в области длин $10 - 20\xi_1$ при малых токах не существует устойчивых солитоноподобных состояний. При

дальнейшем уменьшении длины мостика солитоноподобных состояний не существует при всех токах. Кроме того, при достаточно больших длинах мостика становятся устойчивыми многосолитонные состояния, которые также становятся энергетически более выгодными, чем синфазные и односолитонные, при токах $j_s < j < j(q_{c2})$.

Таким образом, при токе $j > j_s$ синфазное состояние становится энергетически невыгодным, т.е. метастабильным, что позволяет системе флуктуационным образом переходить в солитоноподобные состояния. Это может сказаться на $\delta F_{thr}(I)$, поскольку переход с проскальзыванием фазы между синфазным и солитоноподобным состояниями требует меньше энергии, чем между только синфазными. Используя описанную выше методику, были численно построены токовые зависимости $\delta F_{thr}(j)$ для различных длин мостика (рисунок 3.9). Пороговая энергия образования ПФ в мостиках с длиной $L \lesssim \xi_1$, при которой солитоноподобные состояния отсутствуют, не проявляет каких-либо особенностей. Поскольку система находится в синфазном состоянии, в этом случае δF_{thr} определяется суммой седловых состояний обеих зон $\delta F_{1saddle}(j_1) + \delta F_{2saddle}(j_2)$ и, аналогично однозонному случаю (2.2), с уменьшением длины $\delta F_{thr}(j)$ стремится к виду, приближённо описываемому выражением $\delta F(0)(1 - j/j_c)^{3/2}$.

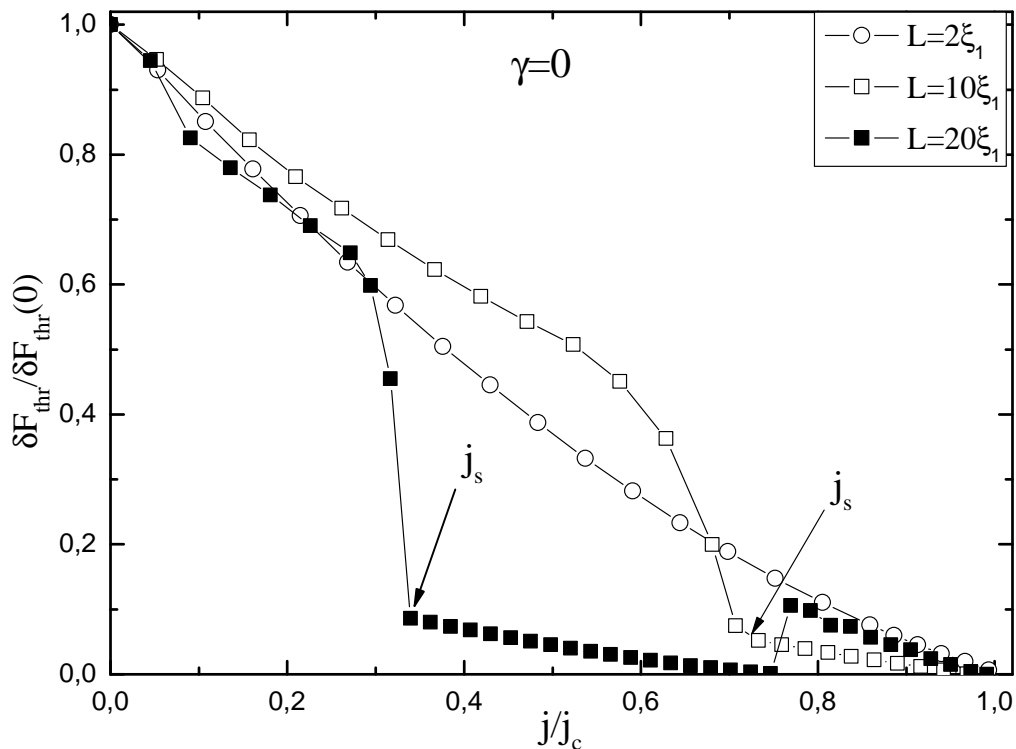


Рис. 3.9. Токовая зависимость пороговой энергии образования ПФ $\delta F_{thr}(j)$ при различных длинах мостика L в случае межзонной джозефсоновской связи $\gamma = 0$ В случае $L = 20\xi_1$ при токе $j = 0.76j_c = j(q_{c2})$ возникает скачок $\delta F_{thr}(j)$ вверх, связанный с возникновением в основном состоянии фазового солитона.

С ростом длины, когда становятся устойчивыми солитоноподобные состояния, зависимость $\delta F_{thr}(j)$ приобретает более сложный вид. При этом можно выделить несколько областей токов. При токах $j < j_s$ пороговая энергия образования ПФ определяется либо суммой седловых состояний обеих зон (при близких к нулевому токам либо при достаточно малых длинах, чтобы солитоноподобные состояния были устойчивы лишь при токах, близких к критическому), либо седловым состоянием сильной зоны. Сами состояния определяются условиями равенства набега фаз в обеих зонах $\Delta\phi_1 = \Delta\phi_2$ и равенства суммы сверхтоков обеих зон заданному полному току $j = j_1 + j_2$. Используя эти условия и полученное в работе [7] выражение для параметра порядка в седловом состоянии, в случае больших длин $\delta F_{thr}(j)$ для этой области токов была найдена аналитически, и результат хорошо согласуется с проведёнными расчётами. Несмотря на отличия от классической для длинных мостиков формы токовой зависимости, в области токов $j < j_s$ пороговая энергия образования ПФ, аналогично однозонному случаю, характеризует только вероятность переключения в резистивное состояние.

При токе $j > j_s$ становится возможным переключение в солитоноподобное состояние по механизму, при котором соответствующий переход происходит через проскальзывание фазы в слабой зоне. Поскольку образование ПФ только в слабой зоне требует гораздо меньше энергии, чем в сильной, вблизи j_s пороговая энергия $\delta F_{thr}(j)$ быстро спадает. При $j > j_s$ пороговая энергия образования ПФ определяется седловым состоянием слабой зоны, удовлетворяющим описанным выше условиям. В этой области токов $\delta F_{thr}(j)$ определяет вероятность перехода из синфазного состояния в состояние с одним солитоном и стремится к нулю при $j \rightarrow j(q_{c2})$. Таким образом, даже ниже $j(q_{c2})$ система может с довольно высокой вероятностью находиться в солитоноподобном состоянии благодаря флуктуационному механизму образования ПФ. При достаточно больших длинах этот переход может происходить при небольших средних токах переключения, которые не вызовут перегрева мостика. Поскольку в системе уже будут присутствовать фазовые солитоны, при $j(q_{c2})$ не возникнет проблемы, состоящей в том, что индуцированное током проскальзывание фазы может разогреть мостик и переключить его в резистивное состояние вместо солитонного, что устранил влияние присутствия солитонов в мостике на его критический ток, рассмотренное в разделе 3.3.

В случае длин, при которых многосолитонные состояния неустойчивы, при токе $j(q_{c2})$ в зависимости $\delta F_{thr}(j)$ наблюдается скачок вверх, связанный с тем, что синфазное состояние становится неустойчивым, и $\delta F_{thr}(j)$ в области токов $j > j(q_{c2})$ определяет энергию образования ПФ в ставшем основным состоянии с одним солитоном. В этом случае $\delta F_{thr}(j)$ стремится к нулю при стремлении тока к критическому для солитоноподобного состояния значению. Если длина мостика достаточно большая для образования многосолитонных состояний, то подобные скачки будут также происходить при токах, индуцирующих увеличение числа фазовых солитонов в мостике. Конечно, если учитывать возможность флуктуационного образования ПФ, то подобное флуктуационное изменение числа фазовых солитонов будет возможно и при меньших токах. Более того, при больших длинах мостика становится возможным переключение из синфазного в многосолитонное состояние через флуктуационный

рост числа фазовых солитонов при $j < j(q_{c2})$.

3.4.2. Флуктуационное образование фазовых солитонов в системах с конечной межзонной связью

Рассмотрим влияние наличия конечной межзонной джозефсоновской связи γ на $\delta F_{thr}(j)$. В этом случае проскальзывания фазы могут приводить к возникновению состояний с нелинейным распределением $\phi(x)$ в виде солитонов, что также приводит к вариации амплитуды параметров порядка. В разделе 3.3 было получено, что токовое образование фазовых солитонов возможно при малых значениях γ , меньших определённого значения (для использованных в расчётах параметров оно равно $\gamma_c = 0.022$), а для больших γ при всех токах сохраняется синфазное состояние. На рисунке 3.10 представлены результаты расчётов $\delta F_{thr}(j)$ для γ из этих двух областей. Для малых $\gamma < \gamma_c$ поведение токовой зависимости пороговой энергии качественно аналогично случаю $\gamma = 0$. Здесь также есть ток j_s , при котором синфазное состояние становится метастабильным. Однако, межзонная связь увеличивает энергию солитонного состояния, и поэтому j_s растёт с ростом γ . Соответственно, падение пороговой энергии δF_{thr} и флуктуационное образование фазовых солитонов происходит при больших токах. Начиная с γ_c , солитонные состояния возможны, но их энергия в той области токов, где они могут существовать, всегда выше синфазных состояний. Как и в случае индуцированных током проскальзываний фаз, межзонная джозефсоновская связь оказывается достаточно сильной, чтобы подавить независимое образование ПФ в разных зонах. Поэтому, хотя при больших токах ПФ образуется прежде всего в слабой зоне, наличие связи приводит также к возникновению ПФ в сильной зоне, и флуктуационное образование солитонов при больших γ отсутствует. При этом, благодаря межзонной связи, падение $\delta F_{thr}(j)$ становится всё менее резким с ростом γ , и, как видно из рисунка 3.11, в целом с ростом силы межзонной связи токовая зависимость для длинных мостиков стремится к характерному для однозонного случая виду $\delta F(0)(1 - j/j_c)^{5/4}$, полученному в качестве аппроксимации результата Лангера и Амбегаокара в [18]. Это связано с тем, что двузонные сверхпроводники с сильной межзонной связью эффективно могут описываться одним параметром порядка.

3.5. Выводы

В настоящей главе на основе нестационарной теории Гинзбурга-Ландау было рассмотрено влияние фазовых солитонов на транспортные свойства и флуктуационные переходы в мостиках из двузонных сверхпроводников. Была обнаружена осцилляционная зависимость j_c от длины мостика, связанная с образованием фазовых солитонов при $j < j_c$. Этот эффект заметен в случае сравнительно малого отношения между критическими плотностями тока (или критическими сверхскоростями) слабой и сильной зоны (которые были бы у них в отсутствие джозефсоновской связи) и довольно слабой межзонной джозефсоновской связи γ . В случае сильной межзонной связи осцилляции исчезают. На практике этот результат

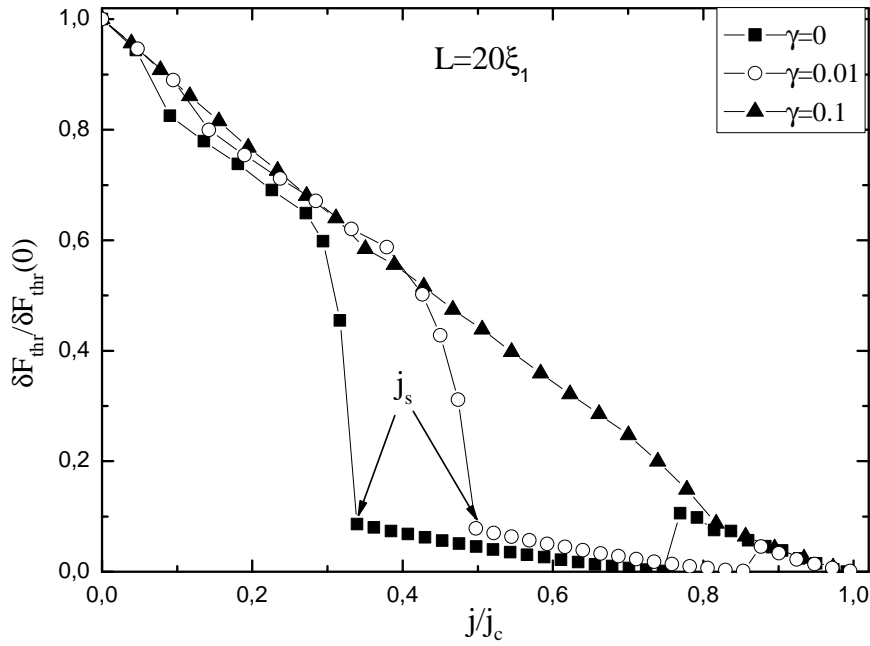


Рис. 3.10. Токовая зависимость пороговой энергии образования ПФ $\delta F_{thr}(j)$ для мостика с длиной $L = 20\xi_1$ и значением параметра $R = j_{c2}/j_{c1} = 0.15$ при различной силе межзонного джозефсоновского взаимодействия γ .

может быть использован для обнаружения фазовых солитонов и определения того, является ли сверхпроводник двузонным. Хотя использованная модель количественно применима только вблизи критической температуры сверхпроводника, мы считаем, что наш основной результат сохраняется и при низких температурах, поскольку он основан на дискретной природе проскальзываний фазы, т.е. каждое проскальзывание фазы изменяет набег фазы вдоль мостика на 2π . Недостатком использованной модели является тот факт, что в её рамках нельзя предсказать амплитуду осцилляций $j_c(L)$. Поэтому можно оценить только порядок силы межзонной связи (чем сильнее связь, тем меньше амплитуда).

Также была рассчитана токовая зависимость пороговой энергии образования ПФ $\delta F_{thr}(j)$ для двузонного сверхпроводящего мостика. Обнаружено, что для случая слабой межзонной джозефсоновской связи возможно флуктуационное образование фазовых солитонов при токах выше определенного значения j_s (растущего с уменьшением длины мостика и увеличением силы межзонного взаимодействия γ), при котором синфазное состояние становится метастабильным. Это сопровождается резким падением δF_{thr} в области токов вблизи j_s , которое сглаживается с ростом силы межзонной связи γ . Таким образом, возможно существование фазовых солитонов в системе при токах, недостаточных для токового механизма генерации, предложенного в [27]. При $\gamma > \gamma_c$ флуктуационное образование фазовых солитонов, как и в случае формирования солитонов током, подавляется, и при больших значениях $\gamma \gg \gamma_c$ токовая зависимость δF_{thr} может быть аппроксимирована выражением $\delta F(0)(1 - j/j_c)^{5/4}$ в широкой области токов, аналогично однозонному случаю.

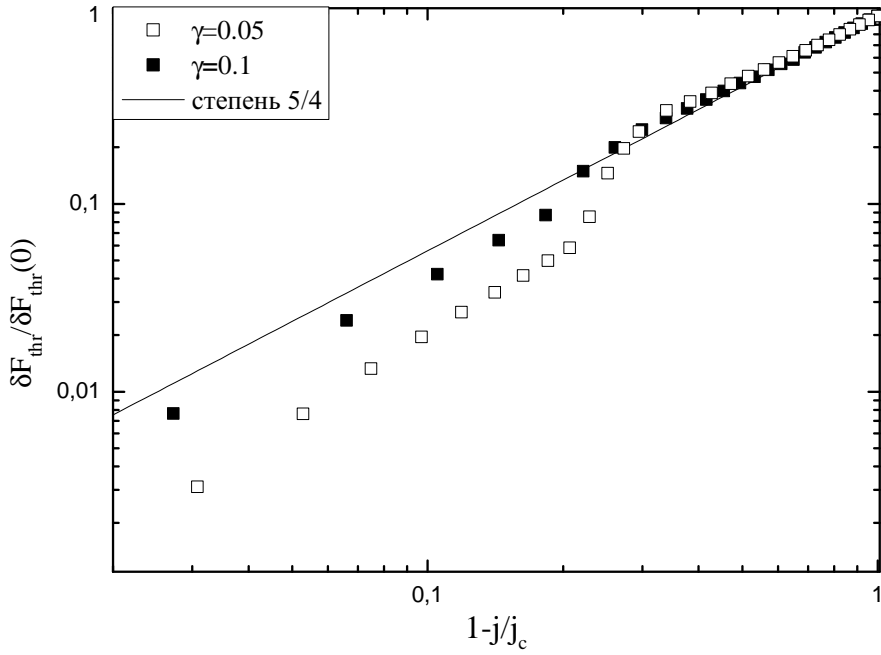


Рис. 3.11. Сравнение токовой зависимости пороговой энергии образования ПФ $\delta F_{thr}(j)$ при различной силе межзонного джозефсоновского взаимодействия γ с аппроксимирующей зависимостью для однозонного случая вида $\delta F(0)(1 - j/j_c)^{5/4}$. Данные представлены в логарифмическом масштабе.

Для наблюдения предсказанных эффектов лучше всего подходит $\text{FeSe}_{0.94}$ ($\gamma = 0.01$, $T_c = 8.3$ К, $T_{c2} = 3.1$ К [48]) или искусственная структура со слабой связью, состоящая из двух сверхпроводящих плёнок. Во второй системе большое различие между критическими плотностями токов может быть реализована через использование различных сверхпроводящих материалов или одних и тех же материалов, но с разными длинами свободного пробега ℓ ($q_c \sim 1/\sqrt{\ell}$).

Глава 4.

Продольное состояние Фульде-Феррелла в гибридной структуре сверхпроводник/ферромагнетик/нормальный металл при наличии тока или магнитного поля

4.1. Введение

В настоящей главе теоретически исследуется влияние параллельного магнитного поля H и продольного тока I на продольное состояние Фульде-Феррелла в мостиках из трёхслойных S/F/N и симметричных пятислойных S/F/N/F/S структур. Также рассматривается область параметров структуры, близкая к области существования состояния ФФ в рассматриваемой системе. Результаты данной главы опубликованы в работе [A5]. В разделе 4.2 приводятся используемые в данной главе уравнения Узаделя для квазиклассических функций Грина. В разделе 4.3 представлены результаты расчётов полевой зависимости эффективной обратной глубины проникновения магнитного поля $\Lambda^{-1}(H)$ для трёхслойной S/F/N структуры, находящейся в состоянии ФФ или в состоянии с большим вкладом триплетной компоненты в Λ^{-1} . В разделе 4.4, аналогично предыдущему разделу, исследовано влияние тока на величину Λ^{-1} . В разделе 4.5 была исследована зависимость $\Lambda^{-1}(H, I)$ и рассмотрены различные типы переходов $\pi \rightarrow \text{ФФ}$ и обратно в S/F/N/F/S структурах. В разделе 4.6 приведены выводы.

4.2. Модель

Для изучения сверхпроводящих свойств S/F/N и S/F/N/F/S структур мы использовали одномерное уравнение Узаделя для нормальных g и аномальных f квазиклассических функций Грина. Наличие обменного поля в ферромагнетике приводит к тому, что аномальная функция Грина в общем случае описывается матрицей в спиновом пространстве вида

$$\hat{f} = (f_s + \mathbf{f}_t \sigma) i \sigma_y, \quad (4.1)$$

где f_s и \mathbf{f}_t – синглетная и триплетные компоненты аномальной функции Грина, а σ – матрицы Паули. Обменное поле в ферромагнитном слое предполагается однородным и направленным вдоль оси z (см. рисунок 4.1), поэтому остаётся только одна триплетная компонента f_z , и аномальную функцию Грина можно представить в виде $f = f_s + f_z$. При этом синглетная компонента соответствует реальной части f , а триплетная – мнимой [76]. Используя стандартную угловую параметризацию $g = \cos\Theta$ и $f = \sin\Theta \exp(i\phi)$ (здесь Θ – комплексная функция), уравнение Узаделя в различных слоях можно записать в виде

$$\frac{\hbar D_S}{2} \frac{\partial^2 \Theta_S}{\partial x^2} - \left(\hbar \omega_n + \hbar \frac{D_S}{2} q^2 \cos \Theta_S \right) \sin \Theta_S + \Delta \cos \Theta_S = 0, \quad (4.2)$$

$$\frac{\hbar D_F}{2} \frac{\partial^2 \Theta_F}{\partial x^2} - \left((\hbar \omega_n + ih) + \hbar \frac{D_F}{2} q^2 \cos \Theta_F \right) \sin \Theta_F = 0, \quad (4.3)$$

$$\frac{\hbar D_N}{2} \frac{\partial^2 \Theta_N}{\partial x^2} - \left(\hbar \omega_n + \hbar \frac{D_N}{2} q^2 \cos \Theta_N \right) \sin \Theta_N = 0, \quad (4.4)$$

где индексы S, F и N относятся, соответственно, к сверхпроводящему, ферромагнитному и нормальному слою. Здесь D – коэффициент диффузии соответствующего слоя, h – обменное поле в F слое, $\hbar \omega_n = \pi k_B T (2n + 1)$ – мацубаровская частота (n – целое число), $q = \nabla \phi + 2\pi \mathbf{A} / \Phi_0$ – величина, пропорциональная сверхскорости $v_s = \hbar q / m$ и направленная в направлении оси z (см. рисунок 4.1), ϕ – фаза параметра порядка, \mathbf{A} – векторный потенциал, $\Phi_0 = \pi \hbar c / e$ – квант магнитного потока. Ось x ориентирована перпендикулярно поверхности S слоя (см. рисунок 4.1). Δ – сверхпроводящий параметр порядка, удовлетворяющий уравнению самосогласования

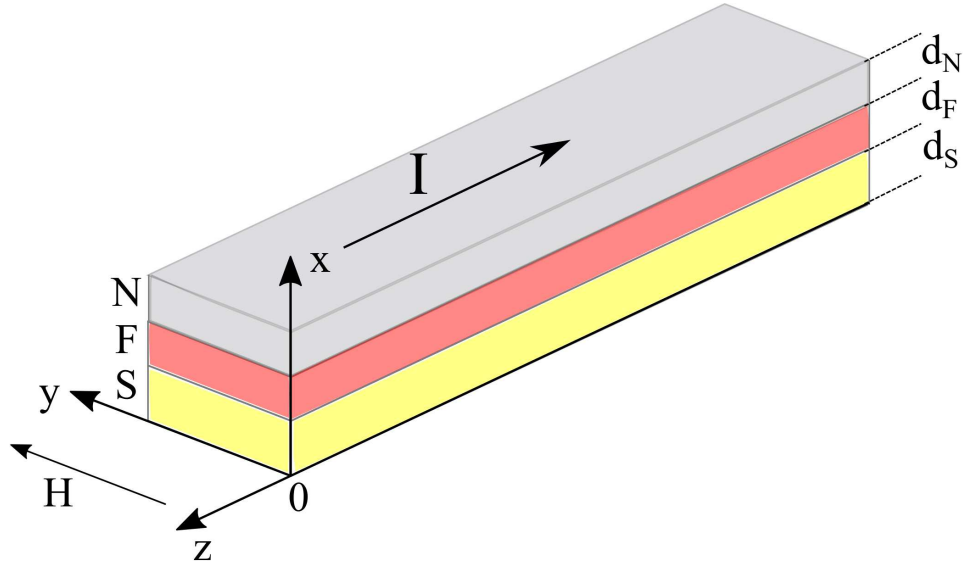


Рис. 4.1. Схематичное изображение рассматриваемой S/F/N структуры, к которой приложены либо транспортный ток I , либо параллельное магнитное поле H .

$$\Delta \ln \left(\frac{T}{T_{c0}} \right) = 2\pi k_B T \sum_{\omega_n > 0} \Re \left(\sin \Theta_S - \frac{\Delta}{\hbar \omega_n} \right), \quad (4.5)$$

где T_{c0} – критическая температура изолированного S слоя в отсутствие магнитного поля. Эти уравнения дополняются граничными условиями Куприянова-Лукичёва [77] между слоями

$$\begin{aligned} D_S \frac{d\Theta_S}{dx} \Big|_{x=d_S-0} &= D_f \frac{d\Theta_F}{dx} \Big|_{x=d_S+0}, \\ D_F \frac{d\Theta_F}{dx} \Big|_{x=d_S+d_F-0} &= D_N \frac{d\Theta_N}{dx} \Big|_{x=d_S+d_F+0} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Для простоты считаем, что барьера между слоями нет, и поэтому Θ непрерывна на границе слоев. Для границы слоёв с вакуумом использовалось граничное условие вида $d\Theta/dx = 0$. В π -состоянии добавлялось граничное условие $\Theta = 0$ в центре пятислойной структуры.

Мы предполагаем, что толщина структуры много меньше глубины проникновения магнитного поля λ для одиночного S слоя, и пренебрегаем влиянием экранировки на векторный потенциал и магнитное поле. Для выбранного направления приложенного магнитного поля (см. рисунок 4.1) мы использовали векторный потенциал вида $\mathbf{A} = (0, 0, -Hx)$ в случае трёхслойки и вида $\mathbf{A} = (0, 0, -H(x - d_S - d_F - d_N/2))$ в случае пятислойки.

Для расчёта плотности сверхтока мы используем выражение

$$j = \frac{2\pi k_B T}{e\rho} q \sum_{\omega_n > 0} \text{Re}(\sin^2 \Theta), \quad (4.7)$$

где ρ – остаточное сопротивление соответствующего слоя. Из уравнения 4.7 и соотношения Лондона $j = -cA/4\pi\lambda^2$ можно найти выражение для квадрата обратной лондоновской глубины проникновения

$$\frac{1}{\lambda^2(x)} = \frac{16\pi^2 k_B T}{\hbar c^2 \rho} \sum_{\omega_n > 0} \text{Re}(\sin^2 \Theta) \quad (4.8)$$

и для обратной эффективной глубины проникновения

$$\Lambda^{-1} = \int_0^d \frac{dx}{\lambda^2(x)}, \quad (4.9)$$

где полная толщина $d = d_S + d_F + d_N$ для S/F/N и $d = 2d_S + 2d_F + d_N$ для S/F/N/F/S структур. В случае отдельной S плёнки Λ представляет собой пирловскую глубину проникновения [78].

Поскольку мы пренебрегли изменением магнитного поля из-за экранировки, мы можем просто воспользоваться свободной энергией Гельмгольца на единицу площади

$$F_H = \pi N(0) k_B T \sum_{\omega_n \geq 0} \int \text{Re} \{ \hbar D [(\nabla \Theta)^2 + q^2 \sin^2 \Theta] - 4(\hbar \omega_n + i\hbar)(\cos \Theta - 1) - 2\Delta \sin \Theta \} dx. \quad (4.10)$$

В численных расчётах мы использовали безразмерные единицы. Амплитуда параметра

порядка выражается в единицах $k_B T_{c0}$, длина в единицах $\xi_c = \sqrt{\hbar D_S / k_B T_{c0}}$, свободная энергия на единицу площади – в единицах $F_0 = N(0)(k_B T_{c0})^2 \xi_c$. Магнитное поле измеряется в единицах $H_0 = \Phi_0 / 2\pi \xi_c^2$, а эффективная глубина проникновения в единицах $\Lambda = \lambda_0^2 / d_s$, где λ_0 – лондоновская глубина проникновения одиночного S-слоя при нулевой температуре.

Чтобы найти эффективную глубину проникновения Λ^{-1} , уравнения 4.2 – 4.5 решались численно, используя граничные условия Куприянова-Лукичёва 4.6. При этом мы считаем, что плотности состояний на уровне Ферми $N(0)$ во всех слоях одинаковы, и, таким образом, отношение сопротивлений слоёв обратно пропорционально отношению соответствующих коэффициентов диффузии. Также для уменьшения числа свободных параметров мы предполагаем в расчётах, что удельные сопротивления сверхпроводящего и ферромагнитного слоёв равны, т.е. $\rho_S / \rho_F = 1$, что примерно соответствует параметрам реальных S и F плёнок. Поскольку для возникновения фазы ФФЛО в S/F/N структуре необходимо большое отношение удельных сопротивлений N слоя и S слоя, в наших расчётах мы используем отношение $\rho_S / \rho_N = 150$, также близкое к параметрам реальных материалов [32]. К примеру, для пары NbN/Al отношение ρ_S / ρ_N может достигать значения 400 [79], тогда как для пары NbN/CuNi $\rho_S / \rho_F \sim 1.5$ [80]. Обменное поле h в ферромагнетике предполагается порядка температуры Кюри T_{curie} (к примеру, в CuNi [80] $h \sim 13k_B T_{c0}$).

Продольное состояние ФФЛО может реализовываться как состояние ФФ (в этом случае $f(z) \sim \exp(iq_0 z)$) или как состояние ЛО (в этом случае вблизи T^{FF} $f(z) \sim \cos(q_0 z)$). Помимо одномерных расчётов, мы также численно решали двумерное уравнение Узаделя (вдоль направлений x и z на рисунке 4.1) с граничными условиями $f(z=0) = f(z=\pi/q_0) = 0$ и обнаружили, что у состояния ЛО энергия больше, чем у состояния ФФ, для любых $q_0 = \partial\varphi/\partial z$. Таким образом, в данной главе под состоянием ФФЛО мы понимаем состояние ФФ $f(z) \sim \exp(iq_0 z)$.

4.3. Трёхслойная S/F/N структура в параллельном поле

В настоящем разделе рассматриваются экранирующие свойства трёхслойной S/F/N структуры, помещённой в параллельное поле H . Как было показано в работе [32], в случае $\rho_N \ll \rho_S$ существует область параметров, при которых ниже определённой критической температуры $T^{FF} < T_c$ возникает продольная фаза ФФ. В фазе ФФ эффективная глубина проникновения $\Lambda^{-1} = 0$ при $H \rightarrow 0$, что свидетельствует об исчезновении магнитного отклика при $T \leq T^{FF}$. Рассчитаем влияние конечного H на Λ^{-1} .

На рисунке 4.2(а) представлена зависимость $F_H(q_0)$ для трёхслойки, находящейся ниже температуры перехода в фазу ФФ T^{FF} . Видно, что в отсутствие внешнего поля минимальной энергией обладают два состояния с $q_0 \neq 0$. Оба состояния соответствуют $\Lambda^{-1} = 0 = \partial F_H / \partial q_0$ (рисунок 4.2(б)). Параллельное магнитное поле нарушает симметрию $F_H(q_0)$ и приводит к росту и, в дальнейшем, исчезновению одного из минимумов энергии (правому минимуму на рисунке 4.2(а)). У соответствующего этому минимуму состояния Λ^{-1} отрицательно при $H > 0$. Согласно соображениям, изложенным в [12], это состояние является неустойчивым.

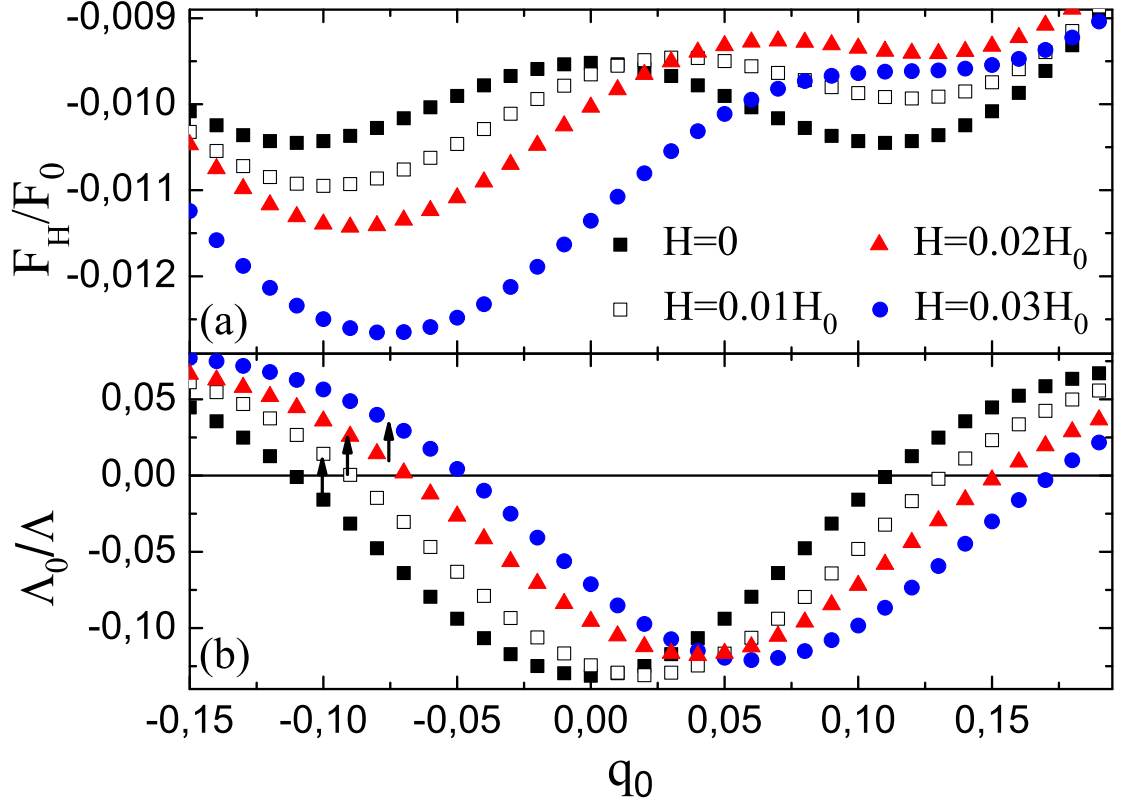


Рис. 4.2. Зависимость свободной энергии F_H (a) и обратной эффективной глубины проникновения Λ^{-1} (b) от q_0 для трёхслойной S/F/N структуры, находящейся в продольном состоянии ФФ, при различных значениях параллельного магнитного поля. Стрелками обозначены значения Λ^{-1} , соответствующие левому минимуму свободной энергии. Использованы следующие параметры системы: $h = 5k_B T_{c0}$, $d_S = 1.1\xi_c$, $d_F = 0.5\xi_c$, $d_N = \xi_c$ и $T = 0.3T_{c0}$.

Поэтому в дальнейшем мы рассматриваем только состояния с $\Lambda^{-1} \geq 0$, соответствующие левому минимуму $F_H(q_0)$ на рисунке 4.2(a).

Полевая зависимость Λ^{-1} представлена на рисунке 4.3(a). Видно, что Λ^{-1} меняется с полем немонотонно. Рост Λ^{-1} при сравнительно слабых полях определяется двумя механизмами. Первый — это подавление приложенным магнитным полем сверхпроводящих корреляций (включая триpletные) в N слое, и именно он, как было обнаружено нами, даёт основной вклад в рост Λ^{-1} . Второй механизм заключается в небольшом усилении синглетной сверхпроводимости в S слое. Этот эффект связан с тем, что слабое магнитное поле уменьшает сверхскорость $\sim q = q_0 + 2\pi A/\Phi_0$ в S слое, что приводит к росту параметра порядка. Этот механизм также ответственен за увеличение T_c^{FF} (см. рисунок 4.4) внешним магнитным полем — ранее этот эффект был предсказан в работе [33] для двухслойной S/F структуры в состоянии ФФ. Заметим, что для трёхслойных S/F/N структур с реалистичными параметрами рост T_c оказался довольно небольшим.

Достаточно сильные магнитные поля разрушают в F/N слоях наведённую сверхпроводимость, и Λ^{-1} достигает максимума (см. рисунок 4.3(a)). Дальнейшее уменьшение Λ^{-1} объясняется постепенным ростом $q \sim A$ в S слое и постепенным подавлением $|\Delta|$, как и в случае

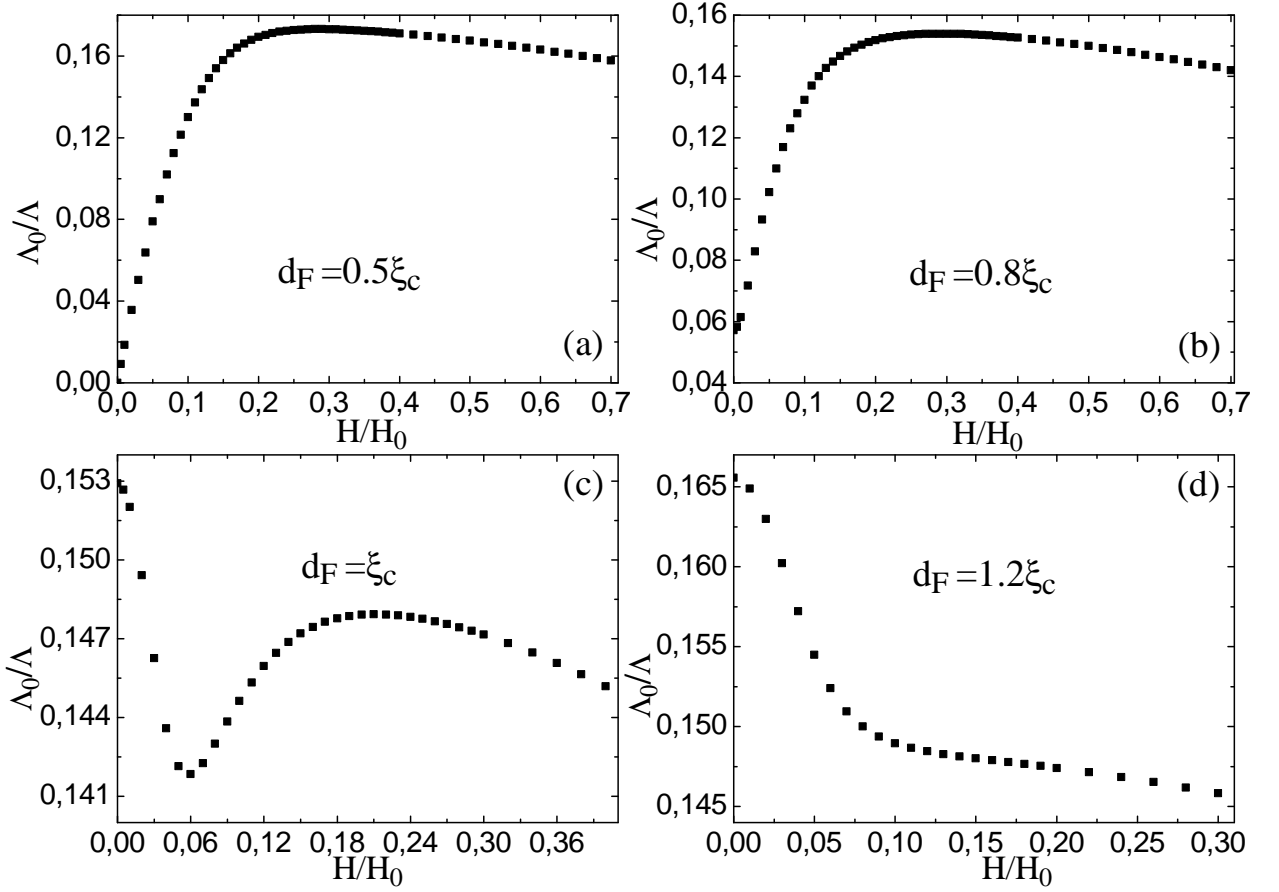


Рис. 4.3. Зависимость обратной эффективной глубины проникновения магнитного поля Λ^{-1} для трёхслойной S/F/N структуры от параллельного магнитного поля H при различных толщинах F слоя d_F : (a) $0.5\xi_c$ (состояние ФФ); (b) $0.8\xi_c$; (c) ξ_c ; (d) $1.2\xi_c$. Остальные параметры структуры являются следующими: $h = 5k_B T_{c0}$, $d_S = 1.1\xi_c$, $d_N = \xi_c$ и $T = 0.2T_{c0}$.

обычной S плёнки. Эти результаты показывают, что в трёхслойной S/F/N структуре, находящейся в состоянии ФФ, Λ^{-1} конечна и положительна при любом конечном H . Также можно сделать вывод, что магнитный отклик диамагнитный и нелинейный даже при $H \rightarrow 0$, поскольку Λ^{-1} меняется от нуля до конечного значения.

Даже если Λ^{-1} положительна при $H = 0$, и трёхслойка не находится в состоянии ФФ, зависимость $\Lambda^{-1}(H)$ может быть немонотонной из-за вклада триплетной компоненты в Λ^{-1} . Это проиллюстрировано на рисунке 4.3(b,c,d), где мы меняем толщину F слоя и фиксируем другие параметры системы. С ростом d_F вклад триплетной компоненты в Λ^{-1} уменьшается, но остаётся конечным. Небольшое увеличение d_F (см. рисунок 4.3(b)) выводит систему из состояния ФФ, но из-за значительного вклада триплетной компоненты зависимость $\Lambda^{-1}(H)$ похожа на показанную на рисунке 4.3(a). Аналогичный эффект был обнаружен в работе [32] для зависимости $\Lambda^{-1}(T)$ вблизи области существования фазы ФФ. Таким образом, как и рост с температурой Λ^{-1} , рост с магнитным полем Λ^{-1} может служить признаком приближения к состоянию ФФ.

С увеличением d_F , т.е. с отдалением от области существования фазы ФФ, $\Lambda^{-1}(H = 0)$ растёт, и, начиная с определённого значения d_F ($\approx 2\sqrt{\hbar D_F/h}$), обратная глубина проник-

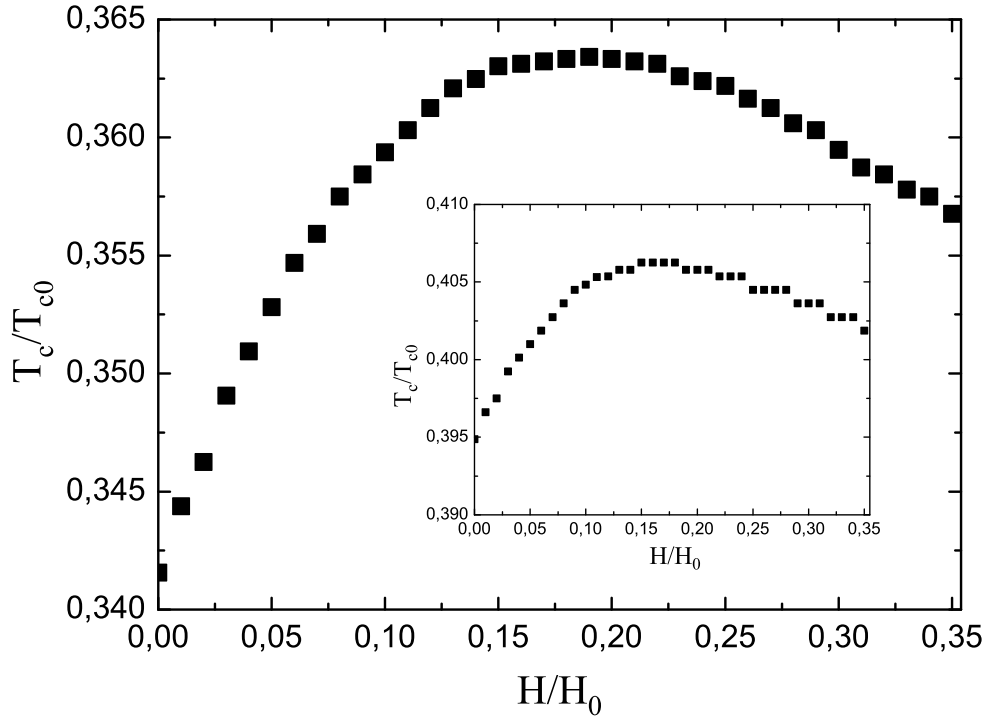


Рис. 4.4. Зависимость критической температуры трёхслойной S/F/N структуры от параллельного магнитного поля H . Использовались следующие параметры системы: $h = 25k_B T_{c0}$, $d_S = 1.2\xi_c$, $d_F = 0.16\xi_c$, $d_N = \xi_c$. Используя меньшую толщину S слоя, можно добиться большего относительного роста T_c , но само T_c перейдёт в область низких температур. Аналогичные результаты могут быть получены и для $h = 5k_B T_{c0}$ (представлены на вставке).

новения Λ^{-1} уменьшается в слабых магнитных полях (см. рисунок 4.3(с)). Наши расчёты показывают, что этот эффект связан с тем, что в слабых магнитных полях в N слое быстрее подавляется синглетная компонента, чем триплетная. Начиная с некоторого значения поля (приблизительно соответствующего минимуму зависимости $\Lambda^{-1}(H)$, показанной на рисунке 4.3(с)), индуцированная сверхпроводимость подавляется сильнее, и Λ^{-1} растёт, как на рисунках 4.3(а,б). При этом у зависимости $\Lambda^{-1}(H)$ есть минимум и максимум. Дальнейшее увеличение d_F (см. рисунок 4.3(д)) приводит к монотонному падению Λ^{-1} в магнитном поле (триплетная компонента даёт малый вклад в Λ^{-1}), а влияние N слоя проявляется в быстром уменьшении Λ^{-1} в сравнительно слабых полях, уничтожающих в нём сверхпроводимость.

Мы получили очень похожие результаты для больших значений обменного поля ($h = 25k_B T_{c0}$, см. рисунок 4.5). Единственное отличие заключается в том, что различным типам зависимости $\Lambda^{-1}(H)$ соответствуют более узкие диапазоны d_F/ξ_c , что отражает уменьшение характерного масштаба затухания сверхпроводящих корреляций в F слое $\xi_F \sim 1/\sqrt{h}$. Качественно те же самые зависимости $\Lambda^{-1}(H)$ (за исключением зависимости с двумя экстремумами, показанной на рисунке 4.3(с)) могут быть получены при фиксированной d_F , если увеличивать температуру от $T < T^{FF}$ до $T^{FF} < T < T_c$, при которой трёхслойка переходит из продольного состояния ФФ в состояние однородное, но с всё ещё заметным вкладом

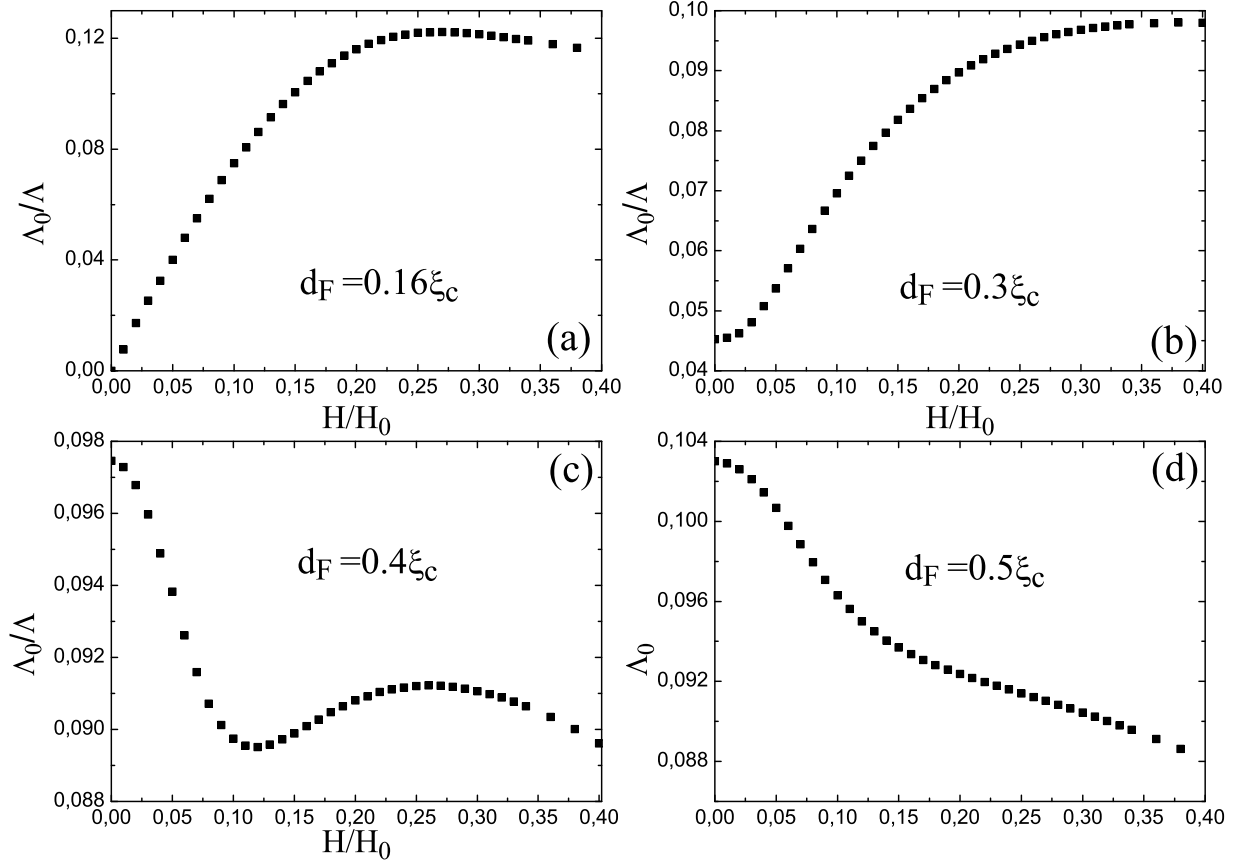


Рис. 4.5. Зависимость обратной эффективной глубины проникновения магнитного поля Λ^{-1} для трёхслойной S/F/N структуры с обменным полем $h = 25k_B T_{c0}$ от параллельного магнитного поля H при различных толщинах F слоя d_F : (a) $0.16\xi_c$ (состояние ФФ); (b) $0.3\xi_c$; (c) $0.4\xi_c$; (d) $0.5\xi_c$. Остальные параметры структуры являются следующими: $d_S = 1.2\xi_c$, $d_N = \xi_c$ и $T = 0.2T_{c0}$.

триплетной сверхпроводимости в Λ^{-1} (рисунок 4.6).

4.4. Продольное состояние ФФ при конечном токе

Состоянием ФФ в трёхслойной S/F/N структуре можно управлять не только параллельным магнитным полем, но и продольным током. Как и в случае параллельного магнитного поля, приложенный ток нарушает симметрию $q_0 \rightarrow -q_0$ (см. рисунок 4.7), и на рисунке 4.8 нами показана зависимость $\Lambda^{-1} \geq 0$ от продольного тока для тех же параметров, что и на рисунке 4.3. Приложенный ток (сверхскорость) сильнее подавляет индуцированную сверхпроводимость в N слое, чем сверхпроводимость в S слое (как в двухслойной S/N структуре в работе [79]), и в определённой области d_F Λ^{-1} растёт вместе с током (см. рисунки 4.8(a,b)). Кроме того, в состоянии ФФ необычной становится сама зависимость $I(q_0)$ (рисунок 4.9) в связи с наличием конечной сверхскорости в бестоковом состоянии. Подобная зависимость была впервые получена в работе [61] на основе модифицированного уравнения Гинзбурга-Ландау [60], где изучалось токовое состояние ФФ. В отличие от авторов [61], мы рассматри-

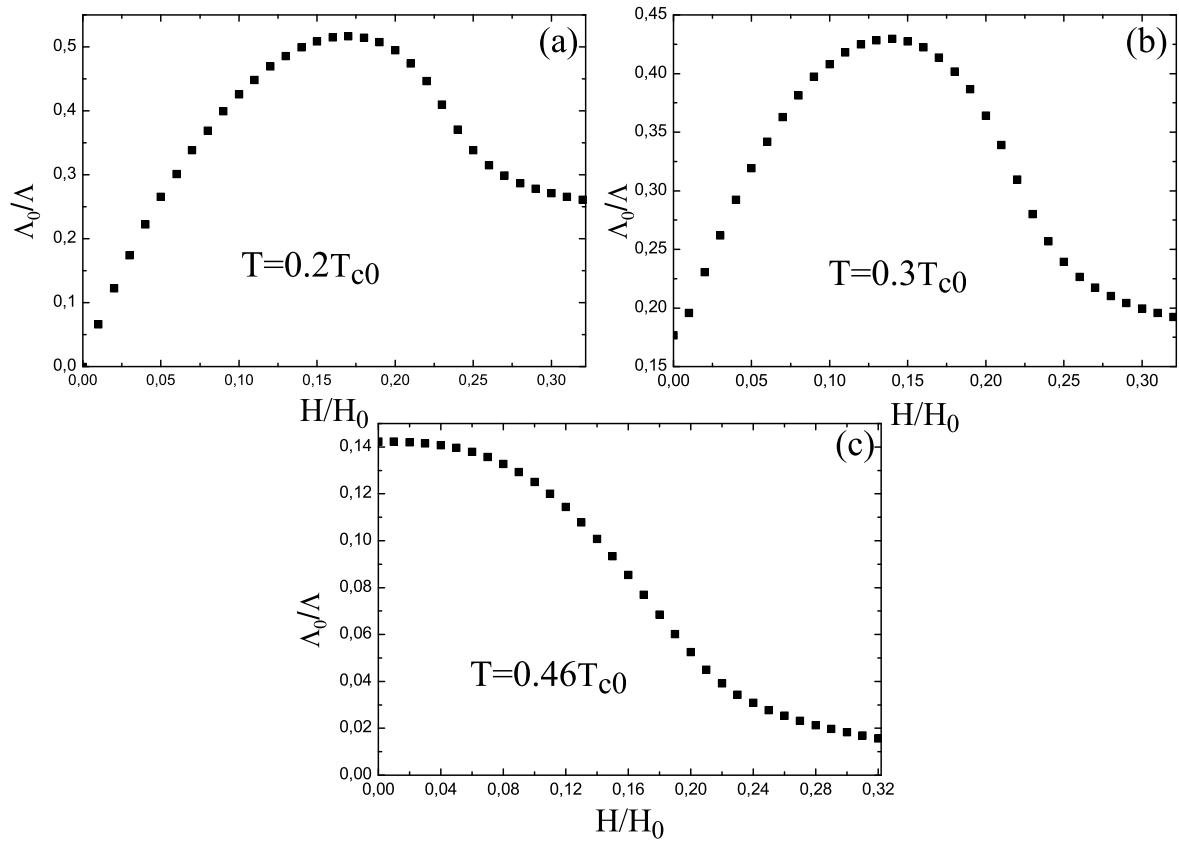


Рис. 4.6. Зависимость обратной эффективной глубины проникновения магнитного поля Λ^{-1} для трёхслойной S/F/N структуры от параллельного магнитного поля H при различных температурах: (a) $0.2T_{c0}$ (состояние ФФ); (b) $0.3T_{c0}$; (c) $0.46T_{c0}$. Структура характеризуется следующими параметрами: $d_F = 0.3\xi_c$, $h = 5k_B T_{c0}$, $d_S = 1.2\xi_c$, $d_N = \xi_c$.

ваем только состояния с $\Lambda^{-1} > 0$. Соответственно, только ветвь с положительной Λ^{-1} характеристики $I(q_0)$ представлена на рисунке 4.9. Вблизи области существования состояния ФФ у зависимости $I(q_0)$ меняется знак второй производной, что было продемонстрировано в работе [32]. Результаты, показанные на рисунке 4.8(a), также могут быть качественно получены, используя модифицированное уравнение Гинзбурга-Ландау. Этот подход гораздо проще, чем использованные здесь уравнения Узаделя, и позволяет получить аналитические решения для токовых состояний, но у него есть два недостатка: его нельзя использовать для изучения состояний, находящихся вне области параметров существования ФФ фазы, и сложно связать коэффициенты функционала Гинзбурга-Ландау с микроскопическими параметрами S/F/N структуры.

4.5. Переходы $\pi \rightarrow \Phi\Phi$ в S/F/N/F/S структурах

Рассмотрим симметричную пятислойную S/F/N/F/S структуру (её можно представить, как удвоенную трёхслойную структуру из предыдущего раздела). Наш интерес к этой системе в основном связан с существованием π -состояния, соответствующего разности фаз π

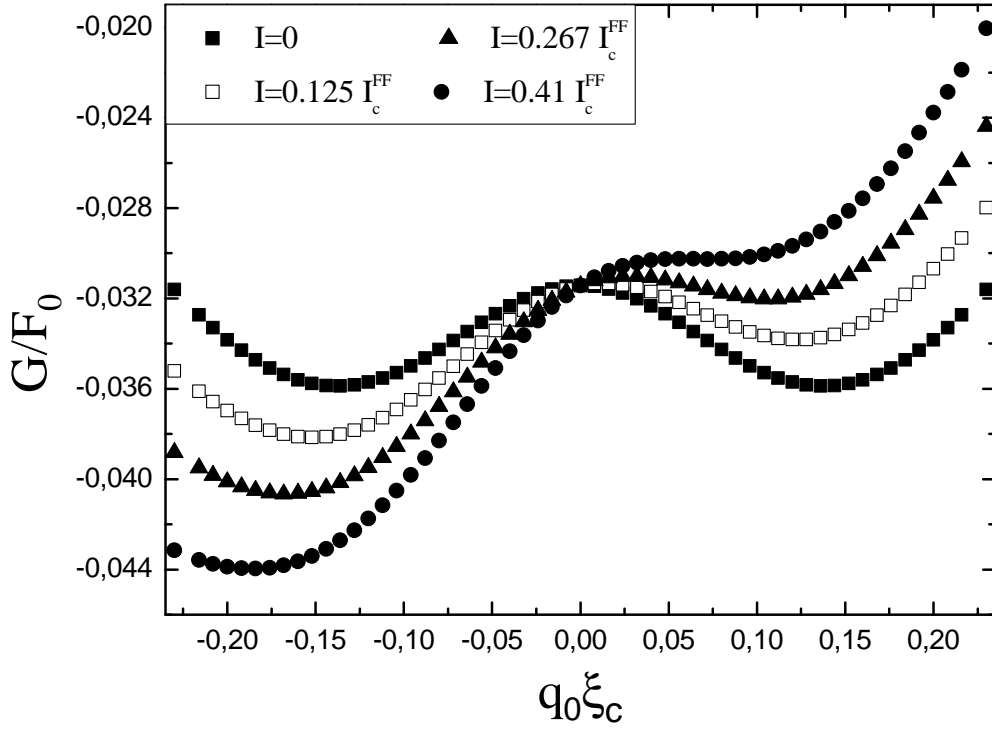


Рис. 4.7. Зависимость энергии Гиббса $G = F_H + (\hbar/2e)Iq_0$ от q_0 для трёхслойной S/F/N структуры, находящейся в продольном состоянии ФФ при различных значениях тока. Толщина F слоя $d_F = 0.5\xi_c$. Остальные параметры те же самые, что и на рисунке 4.3.

между внешними S слоями, помимо 0-состояния (однородного или ФФЛО), рассмотренного в предыдущем разделе. Мы ограничимся рассмотрением однородного π -состояния, поскольку в рассматриваемой области параметров модулированное (ФФ) π -состояние не реализуется (заметим, что в работе [34] такое состояние было предсказано для S/F/S структур в некоторой области параметров).

Отклики трёхслойки и пятислойки на параллельное магнитное поле немного отличаются из-за различного орбитального эффекта поля H . В трёхслойке индуцированная магнитным полем сверхскорость максимальна в N слое, тогда как в пятислойке она максимальна в S слое. По этой причине в пятислойной структуре нами не обнаружены усиление T_c параллельным магнитным полем (показанное для трёхслойки на рисунке 4.4) и зависимость $\Lambda^{-1}(H)$, подобная показанной на рисунке 4.3(с). Кроме того, из-за симметрии рассматриваемой пятислойки, параллельное магнитное поле, в отличие от случая трёхслойки, не снимает вырождения с состояния ФФ по отношению к знаку q_0 , как видно из рисунка 4.10. Несмотря на эти различия, мы получили, что в состоянии ФФ и вблизи области параметров существования фазы ФФ Λ^{-1} растёт в слабом магнитном поле и уменьшается в больших полях, что приводит к максимуму в зависимости $\Lambda^{-1}(H)$, аналогично трёхслойке (см. рисунки 4.11). Однако, в этом случае появляются определённые ограничения на диапазон полей. При достаточно больших полях состояние ФФ становится неустойчивым. Помимо этого, в пятислойной структуре при

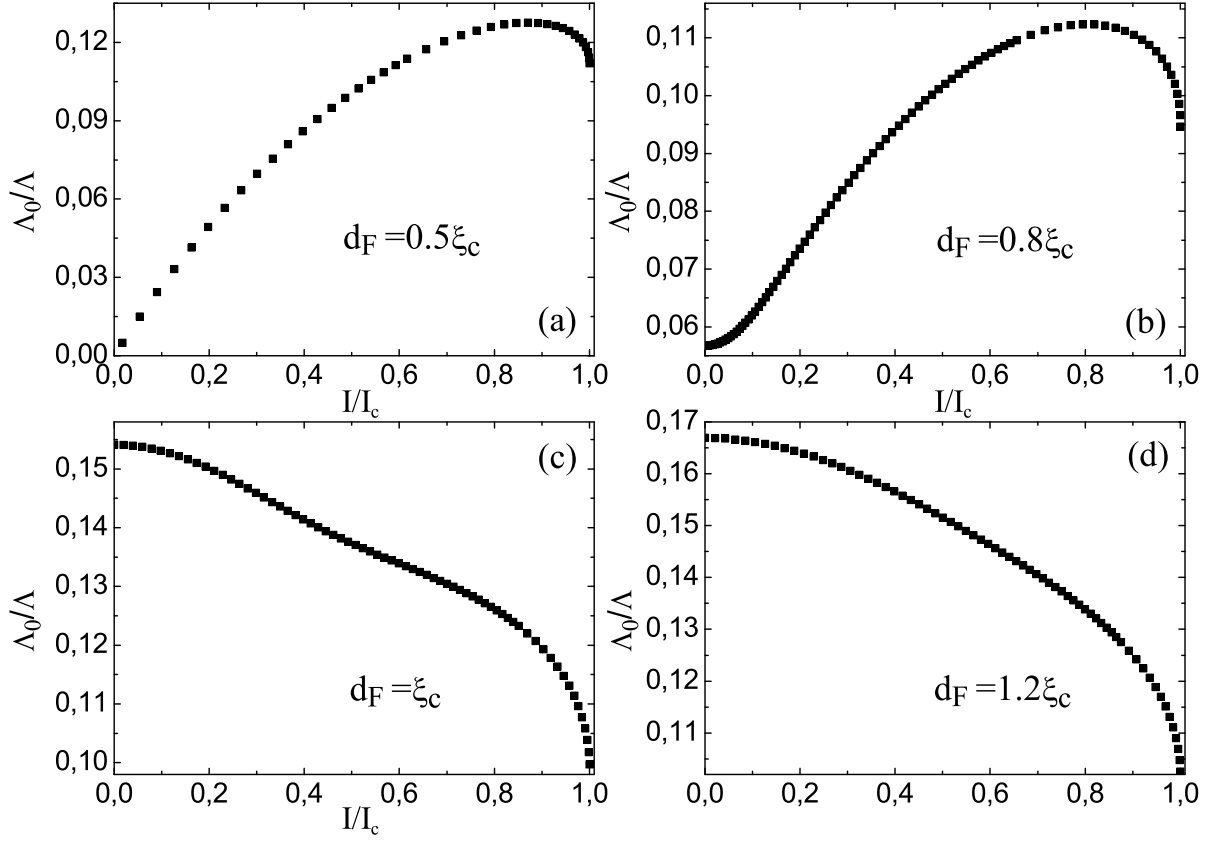


Рис. 4.8. Зависимость обратной эффективной глубины проникновения Λ^{-1} для трёхслойных S/F/N структур от продольного тока I при различных толщинах F слоя d_F : (a) $0.5\xi_c$ (состояние ФФ); (b) $0.8\xi_c$; (c) ξ_c ; (d) $1.2\xi_c$. Ток выражен в единицах критического тока гибридной структуры I_c . Остальные параметры те же самые, что и на рисунке 4.3.

определённом поле H_{c1} могут возникать вихри. В связи с этим, состояние ФФ может разрушаться раньше достижения максимума $\Lambda^{-1}(H)$. Другое качественное отличие состоит в том, что в пятислойке состояние ФФ существует в более узком диапазоне d_F , чем в трёхслойке (с теми же параметрами) из-за конкуренции с π -состоянием. В дальнейшем в этом разделе мы в основном сосредоточимся на температурных и токовых/полевых $\pi \rightarrow \text{ФФ}$ переходах в симметричной пятислойной структуре.

На рисунке 4.12(a) показана зависимость критической температуры 0 (однородного и ФФ) и π (однородное) состояний от толщины F слоёв. Температурная зависимость Λ^{-1} для пятислойки в состоянии ФФ похожа на аналогичную зависимость для S/F/N структуры (представлена в работе [32]). В π -состоянии Λ^{-1} монотонно возрастает с уменьшением температуры, что типично для одиночного S слоя или S/F/N структур с пренебрежимым вкладом триплетной сверхпроводимости в Λ^{-1} . Аналогично S/F/S структурам [81, 82], в нашей пятислойке возможен температурный 0 - π переход при $T = T^*$ в определённом диапазоне толщин d_F . В отличие от S/F/S структур, рассмотренных в [82], в нашей системе Λ^{-1} возрастает при $0 \rightarrow \pi$ переходе, поскольку в π -состоянии практически отсутствует отрицательный вклад в Λ^{-1} от триплетной компоненты. Это отличие становится ещё более резким при переходе из состояния ФФ в однородное π -состояние, когда Λ^{-1} меняется от нулевого до конечного

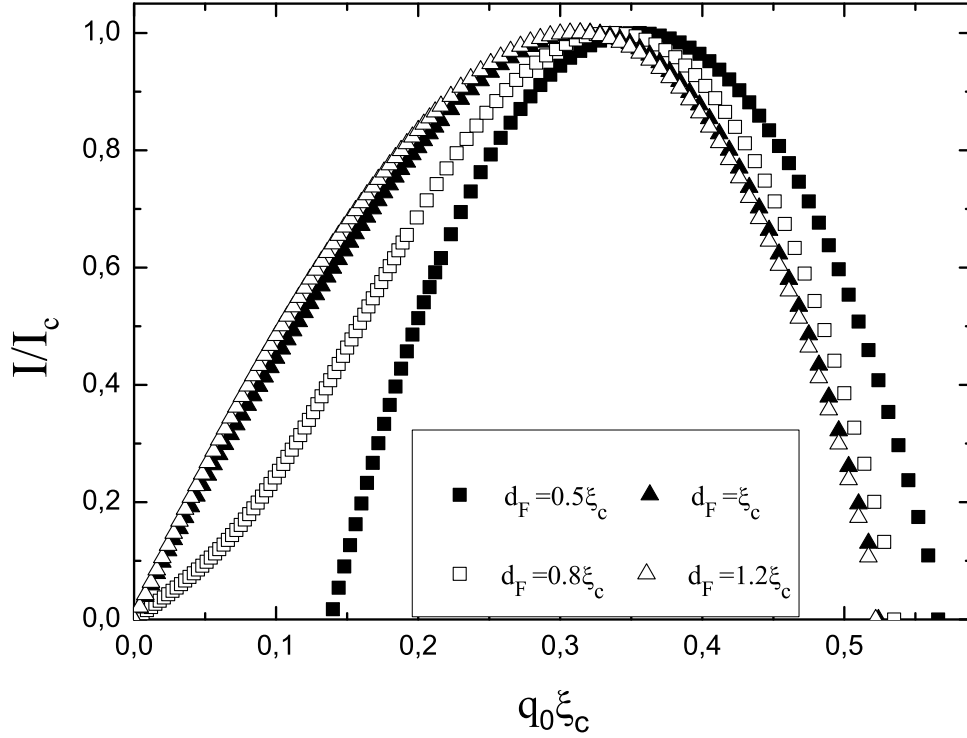


Рис. 4.9. Зависимость тока I от q_0 для трёхслойных S/F/N структур от продольного тока I при различных толщинах F слоя d_F . Ток выражен в единицах критического тока гибридной структуры I_c . Остальные параметры те же самые, что и на рисунке 4.3.

значения при уменьшении температуры (см. рисунок 4.12(b)).

Также при фиксированной температуре $T < T^* < T^{FF}$ нами были обнаружены переходы в состояние ФФ, индуцированные током или магнитным полем. Сначала рассмотрим токовые переходы. На рисунке 4.13 нами показана зависимость энергии Гиббса $G = F_H + (\hbar/2e)Iq_0$ от тока для состояний π и ФФ. Видно, что при $I > I_t$ состояние ФФ становится энергетически выгоднее. Как и в случае температурного перехода, здесь есть скачок Λ^{-1} (показанный на вставке на рисунке 4.13), а также скачок q , поскольку ток перехода $I_t \sim q\Lambda^{-1}$ одинаков для обоих состояний. Это означает, что переход $\pi \rightarrow$ ФФ при токе $I > I_t$ должен сопровождаться появлением электрического поля, ускоряющего сверхпроводящий конденсат, и импульса напряжения.

Наши расчёты показывают, что вблизи T^* переход происходит при достаточно малых токах $I_t \ll I_c^{FF}$, где I_c^{FF} – критический ток состояния ФФ (соответствующий максимально возможному сверхтоку, текущему вдоль пятислойки в состоянии ФФ), близкий к критическому току I_c^π π -состояния. С уменьшением температуры ток I_t возрастает, но остаётся меньше I_c для π и ФФ состояний, что делает токовые переходы возможными для всех температур $0 < T < T^*$. Заметим, что также возможен переход из π - в однородное 0-состояние при температурах $T^* > T^{FF}$, но он требует больших токов, чем в случае перехода в состояние ФФ,

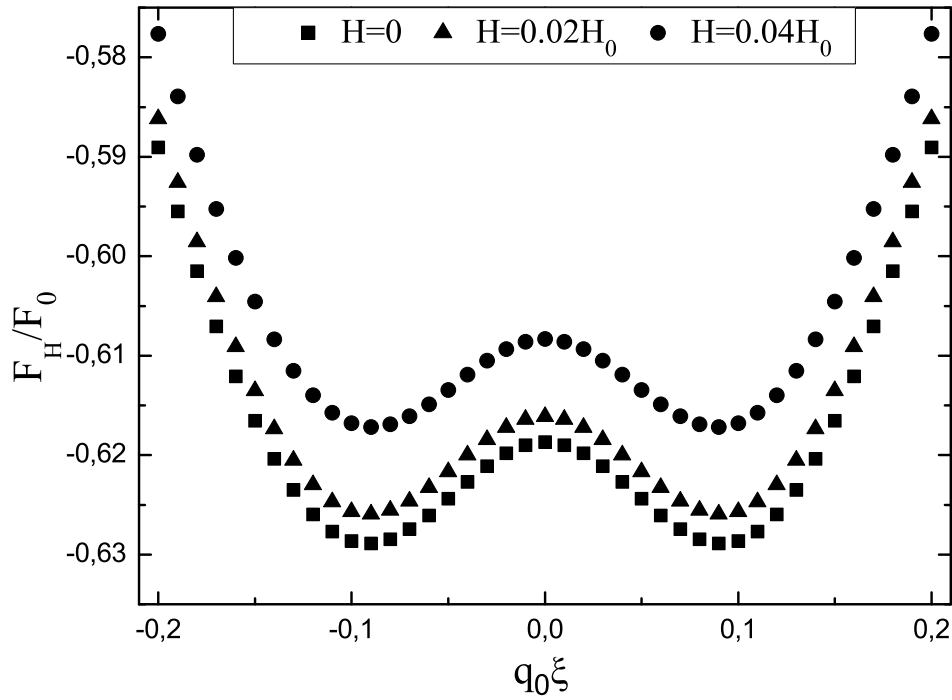


Рис. 4.10. Зависимость свободной энергии $F_H q_0$ для пятислойной S/F/N/F/S структуры, находящейся в продольном состоянии ФФ, при различных значениях параллельного магнитного поля. Использованы следующие параметры системы: $h = 5k_B T_{c0}$, $d_S = 1.4\xi_c$, $d_F = 0.38\xi_c$, $d_N = 2\xi_c$ и $T = 0.2T_{c0}$.

и существует в узком интервале температур ниже T^* .

Параллельное магнитное поле по-разному влияет на сверхпроводимость в ФФ и π -состояниях, что при температуре $T < T^* < T^{FF}$ может привести к полевому $\pi \rightarrow$ ФФ переходу (рисунок 4.14(a)). В этом случае, аналогично токовому переходу, будет наблюдаться скачок Λ^{-1} (рисунок 4.14(b)), поскольку зависимость $\Lambda^{-1}(H)$ в состоянии ФФ аналогична случаю S/F/N структуры (сравните с рисунком 4.3(a)). Поскольку энергии состояний π и ФФ довольно близки, то, чтобы сделать состояние ФФ энергетически более выгодным, требуются весьма большие магнитные поля, как видно из рисунка 4.14(a). Как было сказано выше, в S/F/N/F/S структуре, в отличие от трёхслойки, при определённом поле H_{c1} могут появиться вихри. Используя выражение $H_{c1} \sim \Phi_0/d_S^2$ [83], справедливое для S-слоя толщиной d_S , и заменяя толщину d_S на полную толщину пятислойки, мы получим, что для использованных на рисунке 4.14 параметров $H_{c1} \simeq 0.2H_0$. Эта оценка объясняет наш выбор максимального магнитного поля на рисунке 4.14. Для изучения влияния вихрей необходимо решать трёхмерную проблему, которая представляет собой трудоёмкую задачу и нами не рассматривалась.

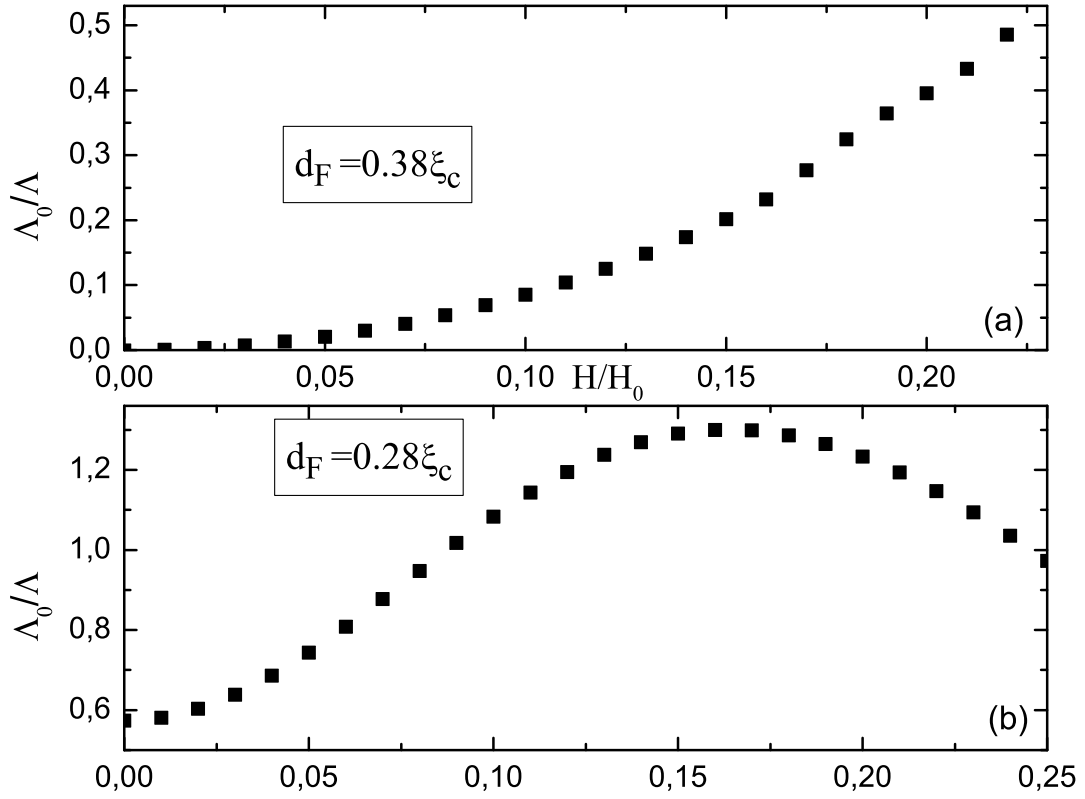


Рис. 4.11. Зависимость обратной эффективной глубины проникновения магнитного поля Λ^{-1} для пятислойной S/F/N/F/S структуры с обменным полем $h = 5k_B T_{c0}$ от параллельного магнитного поля H при различных толщинах F слоя d_F : (a) $0.38\xi_c$ (состояние ФФ); (b) $0.28\xi_c$. Остальные параметры структуры являются следующими: $d_S = 1.4\xi_c$, $d_N = 2\xi_c$ и $T = 0.25T_{c0}$.

4.6. Выводы

В настоящей главе мы изучили влияние параллельного магнитного поля и тока на экранирующие свойства тонких S/F/N и S/F/N/F/S структур, находящихся в продольном состоянии ФФ, модулированном в направлении вдоль слоёв, или вблизи этого состояния. В области параметров, соответствующих формированию продольной фазы ФФ, эффективная обратная глубина проникновения магнитного поля Λ^{-1} положительна при любых конечных магнитных полях и токах, и $\Lambda^{-1} \rightarrow 0$ при $H, I \rightarrow 0$, что означает диамагнитный отклик таких структур. Из-за подавления магнитным полем или током триплетной сверхпроводимости в F/N слоях зависимость $\Lambda^{-1}(H)$ (или $\Lambda^{-1}(I)$) обладает немонотонной зависимостью от поля и тока не только в структурах, находящихся в продольно-неоднородном состоянии ФФ, но и при параметрах структуры, близких к области существования фазы ФФ – Λ^{-1} возрастает в слабых полях и токах и достигает максимума при конечных H или I . Также мы обнаружили, что параллельное магнитное поле не только контролирует экранирующие свойства структуры в продольно-неоднородном состоянии ФФ, но и может перевести пятислойную S/F/N/F/S структуру из однородного π -состояния в продольно-неоднородное состояние ФФ, что сопровождается гигантским изменением Λ^{-1} . Подобный переход также может быть индуцирован

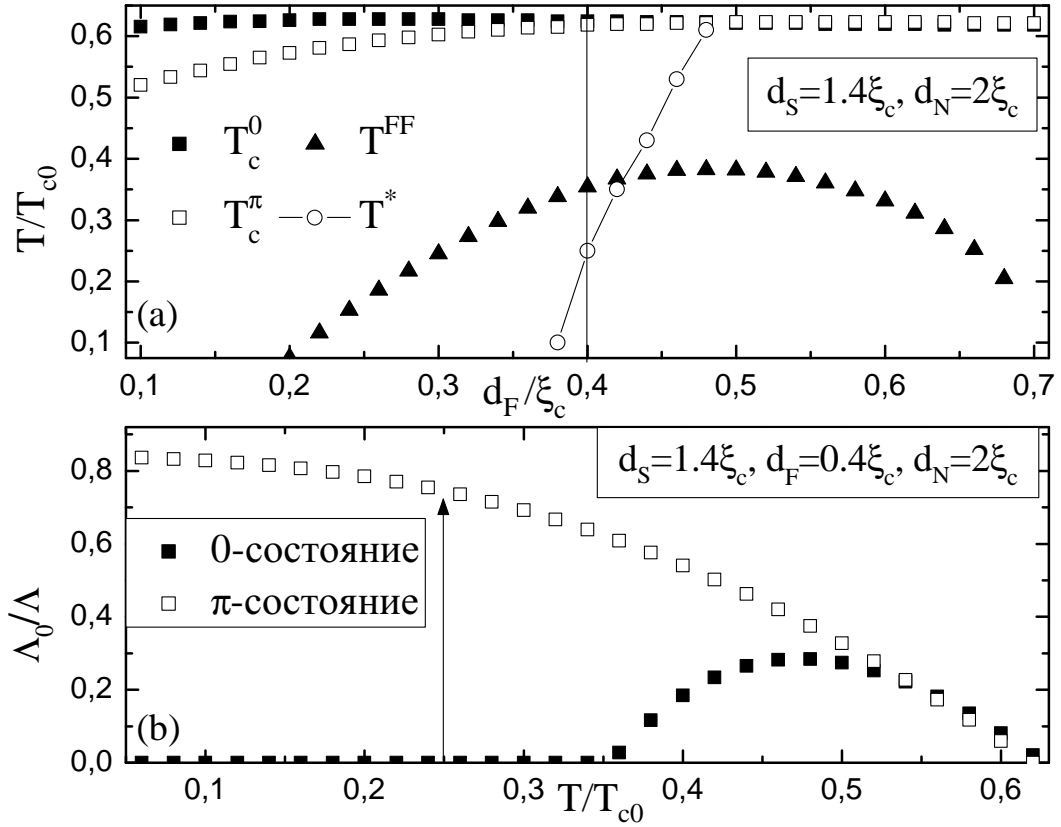


Рис. 4.12. (а) Зависимость критической температуры 0 (T_c^0), π (T_c^π) и ФФ (T^{FF}) состояний от толщины F слоя для пятислойной S/F/N/F/S структуры. Ниже температуры T^* π -состояние энергетически выгоднее 0-состояния. (б) Температурная зависимость Λ^{-1} для пятислойной структуры с $d_F = 0.4\xi_c$, находящейся в 0 или π -состояниях. Стрелка указывает температуру 0- π перехода. Мы используем следующие параметры: $h = 5k_B T_{c0}$, $d_S = 1.4\xi_c$, $d_N = 2\xi_c$.

продольным током или изменением температуры.

Экспериментально предсказанные эффекты могут быть подтверждены, к примеру, с помощью измерения взаимной индуктивности [79, 84–86], которое позволяет напрямую измерить Λ^{-1} тонких сверхпроводящих структур. Полученные результаты могут быть использованы в магнитных сенсорах, основанных на использовании зависимости кинетической индуктивности $L_k \sim \Lambda$ образца от тока. Идея такого прибора, изложенная в работе [87], состоит в том, что во внешнем магнитном поле в сверхпроводящем кольце наводится экранирующий ток, увеличивающий L_k , что можно измерить в контуре с кольцом по сдвигу его резонансной частоты и изменению добротности. В указанной работе максимальное изменение L_k составляло 3%. Сильная нелинейность зависимости $L_k(I)$ S/F/N структуры (рисунок 4.15) может привести к гораздо большему изменению L_k с током, что должно значительно уменьшить отношение сигнал-шум. Аналогичным образом, чувствительность L_k к изменению тока и температуры может быть использована в детекторах электромагнитного излучения [88]. В таких приборах изменение L_k связано с локальным нагревом сверхпроводника вследствие поглощения излучения. Чем сильнее L_k зависит от температуры, тем больше L_k будет меняться после поглощения и тем выше будет чувствительность детектора. В существующих

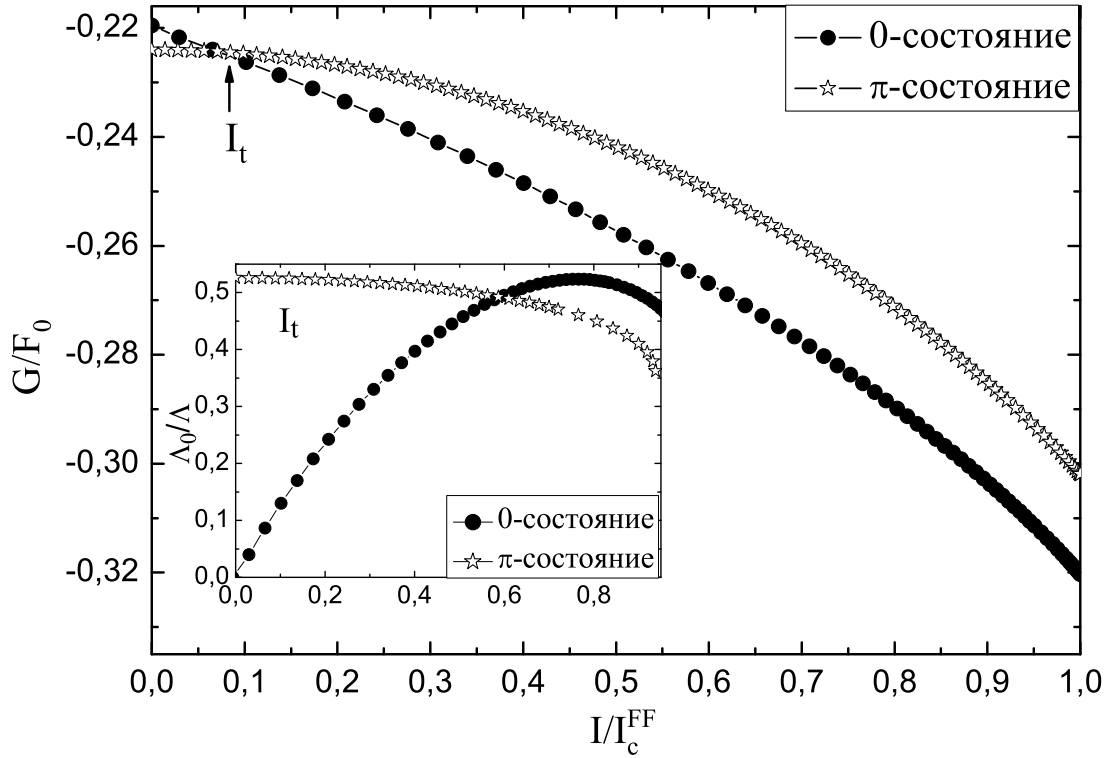


Рис. 4.13. Зависимость от тока энергии Гиббса для 0- и π -состояний в пятислойной S/F/N/F/S структуре при температуре $T = 0.2T_{c0}$. Ток выражен в единицах критического тока состояния ФФ I_c^{FF} . Температура 0- π перехода $T^* = 0.26T_{c0}$ при выбранных параметрах ($\hbar = 5k_B T_{c0}$, $d_S = 1.2\xi_c$, $d_F = 0.4\xi_c$, $d_N = 2\xi_c$). Стрелкой указан ток перехода I_t , при котором сравниваются энергии Гиббса π и ФФ состояний. На вставке представлена зависимость Λ^{-1} от сверхтока в обоих состояниях.

детекторах, основанных на "грязных" сверхпроводящих плёнках, относительное изменение L_k мало и составляет порядка 3 – 5%. В случае S/F/N структур изменение может быть значительным, и его можно усилить ещё больше, используя структуры с током. В этом случае при нагреве возрастёт величина I/I_c , и кинетическая индуктивность в этом случае изменится также за счёт сильной зависимости $L_k(I/I_c)$.

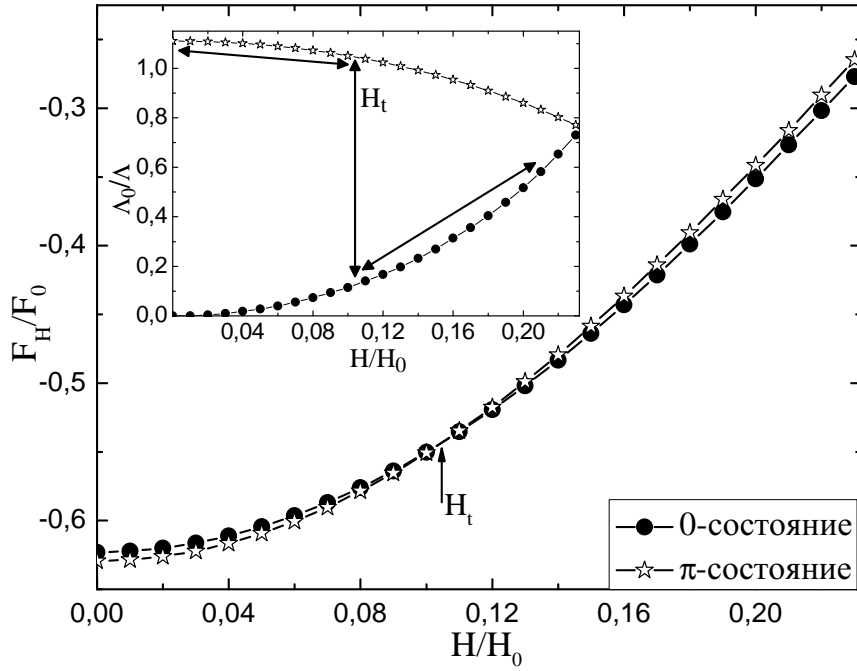


Рис. 4.14. Зависимость свободной энергии S/F/N/F/S структуры в $\Phi\Phi$ и π -состояниях от параллельного магнитного поля H при температуре $T = 0.2T_{c0}$. На вставке показана зависимость Λ^{-1} в $\Phi\Phi$ и π -состояниях от параллельного магнитного поля H . Стрелкой указано поле перехода $\pi \rightarrow \Phi\Phi$. Параметры те же самые, что на рисунке 4.12(b).

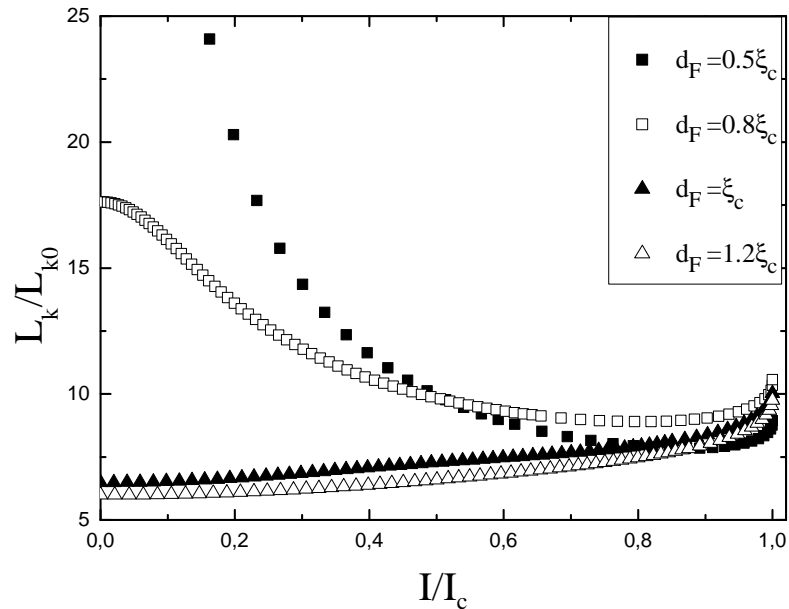


Рис. 4.15. Зависимость кинетической индуктивности $L_k \sim \Lambda$ от тока для трёхслойных S/F/N структур при различных толщинах F слоя d_F . Ток выражен в единицах критического тока гибридной структуры I_c . Кинетическая индуктивность выражена через кинетическую индуктивность L_{k0} одиночной сверхпроводящей плёнки толщины d_s . Остальные параметры те же самые, что и на рисунке 4.3.

Заключение

Основные результаты настоящей диссертации заключаются в следующем.

- 1) В случае коротких мостиков с длиной $L < \xi$ пороговая энергия δF_{thr} , необходимая для образования проскальзывания фазы сверхпроводящего параметра порядка, растет при уменьшении длины мостика как $1/L$, что связано с подавлением параметра порядка в берегах. Обнаружено, что полученные вблизи критической температуры аналитические зависимости $\delta F_{thr}(I)$ остаются применимыми в широком диапазоне температур ниже T_c . Найдено, что наличие в длинных мостиках дефектов, которые относительно слабо подавляют критический ток мостика, может значительно изменить функциональную зависимость $\delta F_{thr}(I)$, приведя её к виду, характерному для джозефсоновских контактов и коротких мостиков.
- 2) Для мостиков из двузонных сверхпроводников со слабой межзонной связью обнаружена осцилляционная зависимость критического тока I_c от длины мостика, объяснённая образованием фазовых солитонов при токе $I < I_c$ и изменением их числа при изменении длины. Обнаружено, что в случае достаточно длинных мостиков и слабой межзонной связи существует область токов, при которых возможно флуктуационное переключение в состояние с фазовым солитоном и изменение числа фазовых солитонов в мостике, что отражается в значительном уменьшении пороговой энергии образования ЦПФ.
- 3) В тонкоплёночных гибридных структурах сверхпроводник/ферромагнетик/нормальный металл (S/F/N) подавление магнитным полем или током триплетной сверхпроводимости в F/N слоях приводит к необычной зависимости обратной эффективной глубины проникновения поля $\Lambda^{-1}(H, I)$ не только в продольном состоянии Фульде-Феррелла (ФФ), но и при параметрах, близких к области существования этого состояния. Λ^{-1} возрастает в слабых полях и токах и достигает максимума при конечных H или I . Также предсказано, что пятислойную S/F/N/F/S структуру можно перевести из однородного π -состояния в продольное состояние ФФЛО (и обратно) с помощью параллельного магнитного поля, продольного тока или изменения температуры. Данный переход сопровождается гигантским изменением Λ^{-1} .

Литература

- [1] Сан-Жам Д. Сарма Г. Томас Е. Сверхпроводимость второго рода. — М. : Мир, 1970.
- [2] Fink H. J. Vortex Nucleation in a Superconducting Slab near a Second-Order phase Transition and Excited States of the Sheath near H_{c3} // Physical Review. — 1969. — Vol. 177, no. 2. — P. 732–737.
- [3] Likharev K. K. Superconducting weak links // Reviews of Modern Physics. — 1979. — Vol. 51, no. 1. — P. 101–159.
- [4] Qiu Chunyin, Qian Tiezheng. Numerical study of the phase slip in two-dimensional superconducting strips // Physical Review B. — 2008. — Vol. 77, no. 17. — P. 174517.
- [5] Vodolazov D. Yu. Saddle point states in two-dimensional superconducting films biased near the depairing current // Physical Review B. — 2012. — Vol. 85, no. 17. — P. 174507.
- [6] Little W.A. Decay of Persistent Currents in Small Superconductors // Physical Review. — 1967. — Vol. 156, no. 2. — P. 396–403.
- [7] Langer J.S., Ambegaokar V. Intrinsic resistive transition in narrow superconducting channels // Physical Review. — 1967. — Vol. 164, no. 2. — P. 498–510.
- [8] The origin of the anomalous superconducting properties of MgB_2 / H. J. Choi [et al.] // Nature. — 2002. — Vol. 418, no. 6899. — P. 758–760.
- [9] Tanaka Y. Soliton in Two-Band Superconductor // Physical Review Letters. — 2001. — Vol. 88, no. 1. — P. 017002.
- [10] Fulde P., Ferrell R. A. Superconductivity in a Strong Spin-Exchange Field // Physical Review. — 1964. — Vol. 135, no. 3A. — P. A550–A563.
- [11] Ю.Н. Ларкин А.И. и Овчинников. Неоднородное состояние сверхпроводников // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1964. — Т. 47, № 3. — С. 1136–1146.
- [12] Mironov S., Mel'nikov A., Buzdin A. Vanishing Meissner effect as a Hallmark of in-Plane Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov Instability in Superconductor–Ferromagnet Layered Systems // Physical Review Letters. — 2012. — Vol. 109, no. 23. — P. 237002.

- [13] McCumber D. E. Intrinsic Resistive Transition in Thin Superconducting Wires Driven from Current Sources // *Physical Review*. — 1968. — Vol. 172, no. 2. — P. 427–429.
- [14] Microscopic Theory of Thermal Phase Slips in Clean Narrow Superconducting Wires / A. Zharov [et al.] // *Physical Review Letters*. — 2007. — Vol. 98, no. 19. — P. 197005.
- [15] Semenov A. V., Krutitskii P. A., Devyatov I. A. Microscopic theory of phase slip in a narrow dirty superconducting strip // *JETP Letters*. — 2010. — Vol. 92, no. 11. — P. 762–766.
- [16] Lukens J. E., Warburton R. J., Webb W. W. Onset of Quantized Thermal Fluctuations in "One-Dimensional" Superconductors // *Physical Review Letters*. — 1970. — Vol. 25, no. 17. — P. 1180–1184.
- [17] Newbower R. S., Beasley M. R., Tinkham M. Fluctuation Effects on the Superconducting Transition of Tin Whisker Crystals // *Physical Review B*. — 1972. — Vol. 5, no. 3. — P. 864–868.
- [18] Hysteretic I-V curves of superconducting nanowires / M. Tinkham [et al.] // *Physical Review B*. — 2003. — Vol. 68, no. 13. — P. 134515.
- [19] Individual topological tunnelling events of a quantum field probed through their macroscopic consequences / M. Sahu [et al.] // *Nature Physics*. — 2009. — Vol. 5, no. 7. — P. 503–508.
- [20] Switching Currents Limited by Single Phase Slips in One-Dimensional Superconducting Al Nanowires / P. Li [et al.] // *Physical Review Letters*. — 2011. — Vol. 107, no. 13. — P. 137004.
- [21] Quantitative analysis of quantum phase slips in superconducting $\text{Mo}_{76}\text{Ge}_{24}$ nanowires revealed by switching-current statistics / T. Aref [et al.] // *Physical Review B*. — 2012. — Vol. 86, no. 2. — P. 024507.
- [22] Stochastic and deterministic phase slippage in quasi-one-dimensional superconducting nanowires exposed to microwaves / Myung-Ho Bae [et al.] // *New Journal of Physics*. — 2012. — Vol. 14, no. 4. — P. 043014.
- [23] Statistics of localized phase slips in tunable width planar point contacts / Xavier D.A. Baumans [et al.] // *Scientific Reports*. — 2017. — Vol. 7. — P. 44569.
- [24] Khlebnikov S. Decay of near-critical currents in superconducting nanowires // *Physical Review B*. — 2016. — Vol. 94, no. 6. — P. 064517.
- [25] Lin S.-Z., Hu X. Phase solitons in multi-band superconductors with and without time-reversal symmetry // *New Journal of Physics*. — 2012. — Vol. 14, no. 6. — P. 063021.
- [26] Gurevich A., Vinokur V. M. Interband Phase Modes and Nonequilibrium Soliton Structures in Two-Gap Superconductors // *Physical Review Letters*. — 2003. — Vol. 90, no. 4. — P. 047004.

- [27] Gurevich A., Vinokur V. M. Phase textures induced by dc current pairbreaking in multilayer structures and two-gap superconductors // *Physical Review Letters*. — 2006. — Vol. 97, no. 13. — P. 137003.
- [28] Yerin Y. S., Omelyanchouk A. N. Coherent current states in a two-band superconductor // *Low Temperature Physics*. — 2007. — Vol. 33, no. 5. — P. 401–407.
- [29] Magnetic response of mesoscopic superconducting rings with two order parameters / H. Bluhm [et al.] // *Physical Review Letters*. — 2006. — Vol. 97, no. 23. — P. 237002.
- [30] Experimental formation of a fractional vortex in a superconducting bi-layer / Y. Tanaka [et al.] // *Physica C*. — 2018. — Vol. 548. — P. 44–49.
- [31] Observation of quantum oscillations in a narrow channel with a hole fabricated on a film of multiband superconductors / Y. Tanaka [et al.] // *Solid State Communications*. — 2015. — Vol. 201. — P. 95–97.
- [32] Temperature controlled Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov instability in superconductor-ferromagnet hybrids / S. V. Mironov [et al.] // *Physical Review Letters*. — 2018. — Vol. 121, no. 7. — P. 077002.
- [33] Bobkov A. M., Bobkova I. V. Enhancing of the Critical Temperature of an In-Plane FFLO State in Heterostructures by the Orbital Effect of the Magnetic Field // *JETP Letters*. — 2014. — Vol. 99, no. 6. — P. 333–339.
- [34] Самохвалов А. В. Фазовые переходы в гибридных SFS-структурах с тонкими сверхпроводящими слоями // *Физика твердого тела*. — 2017. — Т. 59, № 11. — С. 2123–2129.
- [35] T. Fulton, N. Dunkleberger L. Lifetime of the zero-voltage state in Josephson tunnel junctions // *Physical Review B*. — 1974. — Vol. 9, no. 11. — P. 4760–4768.
- [36] Stochastic dynamics of phase-slip trains and superconductive-resistive switching in current-biased nanowires / David Pekker [et al.] // *Physical Review B*. — 2009. — Vol. 80, no. 21. — P. 214525.
- [37] Ивлев Б. И. и Копнин Н. Б. Теория токовых состояний в узких сверхпроводящих каналах // *Успехи физических наук*. — 1984. — Т. 142, № 3. — С. 435–471.
- [38] Chu Sang L., Bollinger A. T., Bezryadin A. Phase slips in superconducting films with constrictions // *Physical Review B*. — 2004. — Vol. 70, no. 21. — P. 214506.
- [39] Thermal and quantum depletion of superconductivity in narrow junctions created by controlled electromigration / Xavier D.A. Baumans [et al.] // *Nature Communications*. — 2016. — Vol. 7. — P. 10560.
- [40] Eilenberger G. Transformation of Gorkov's equation for type II superconductors into transport-like equations // *Zeitschrift für Physik*. — 1968. — Vol. 214, no. 2. — P. 195–213.

- [41] Usadel K. D. Generalized Diffusion Equation for Superconducting Alloys // Physical Review Letters. — 1970. — Vol. 25, no. 8. — P. 507–509.
- [42] Three Temperature Regimes in Superconducting Photon Detectors: Quantum, Thermal and Multiple Phase-Slips as Generators of Dark Counts / Andrew Murphy [et al.] // Scientific Reports. — 2015. — Vol. 5. — P. 10174.
- [43] Foltyn Marek, Zgirski Maciej. Gambling with Superconducting Fluctuations // Physical Review Applied. — 2015. — Vol. 4, no. 2. — P. 024002.
- [44] Flipping-Coin Experiment to Study Switching in Josephson Junctions and Superconducting Wires / M. Zgirski [et al.] // Physical Review Applied. — 2019. — Vol. 11, no. 5. — P. 054070.
- [45] Multigap superconductivity and Shubnikov–de Haas oscillations in single crystals of the layered boride OsB₂ / Y. Singh [et al.] // Physical Review B. — 2010. — Vol. 82, no. 14. — P. 144532.
- [46] Heat Conduction in the Vortex State of NbSe₂: Evidence for Multiband Superconductivity / E. Boaknin [et al.] // Physical Review Letters. — 2003. — Vol. 90, no. 11. — P. 117003.
- [47] Nodeless two-gap superconducting state in single crystals of the stoichiometric iron pnictide LiFeAs / H. Kim [et al.] // Physical Review B. — 2011. — Vol. 83, no. 10. — P. 100502.
- [48] Evolution of two-gap behavior of the superconductor FeSe_{1-x} / R. Khasanov [et al.] // Physical Review Letters. — 2010. — Vol. 104, no. 8. — P. 087004.
- [49] A.J.Legett. Number-phase fluctuations in two-band superconductors // Progress of Theoretical Physics. — 1966. — Vol. 36, no. 5. — P. 901–930.
- [50] А. Абрикосов А. Основы теории металлов. — М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат.лит., 1987.
- [51] Wosnitza J. FFLO States in Layered Organic Superconductors // Annalen der Physik. — 2018. — Vol. 530, no. 2. — P. 170028.
- [52] Buzdin A. I. Proximity effects in superconductor-ferromagnet heterostructures // Reviews of modern physics. — 2005. — Vol. 77, no. 3. — P. 935–976.
- [53] Bergeret F. S., Volkov A. F., Efetov K. B. Josephson current in superconductor-ferromagnet structures with a nonhomogeneous magnetization // Physical Review B. — 2001. — Vol. 64, no. 13. — P. 134506.
- [54] Unconventional Surface Impedance of a Normal-Metal Film Covering a Spin-Triplet Superconductor Due to Odd-Frequency Cooper Pairs / Y. Asano [et al.] // Physical Review Letters. — 2011. — Vol. 107, no. 8. — P. 087001.
- [55] Yokoyama T., Tanaka Y., Nagaosa N. Anomalous Meissner Effect in a Normal-Metal–Superconductor Junction with a Spin-Active Interface // Physical Review Letters. — 2011. — Vol. 106, no. 24. — P. 246601.

- [56] Asano Y., Fominov Y. V., Tanaka Y. Consequences of bulk odd-frequency superconducting states for the classification of Cooper pairs // *Physical Review B*. — 2014. — Vol. 90, no. 9. — P. 094512.
- [57] Alidoust M., Halterman K., Linder J. Meissner effect probing of odd-frequency triplet pairing in superconducting spin valves // *Physical Review B*. — 2014. — Vol. 89, no. 5. — P. 054508.
- [58] Odd-frequency superconducting states with different types of Meissner response: Problem of coexistence / Ya. V. Fominov [et al.] // *Physical Review B*. — 2015. — Vol. 91, no. 14. — P. 144514.
- [59] Buzdin A., Matsuda Y., Shibauchi T. FFLO state in thin superconducting films // *Europhysics Letters*. — 2007. — Vol. 80, no. 6. — P. 67004.
- [60] Buzdin A. I., Kachkachi H. Generalized Ginzburg-Landau theory for nonuniform FFLO superconductors // *Physics Letters A*. — 1997. — Vol. 225, no. 4-6. — P. 341-348.
- [61] Samokhin K. V., Truong B. P. Current-carrying states in Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov superconductors // *Physical Review B*. — 2017. — Vol. 96, no. 21. — P. 214501.
- [62] Samokhin K. V., Truong B. P. Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov superconductors near a surface // *Physical Review B*. — 2019. — Vol. 99, no. 1. — P. 014503.
- [63] Tinkham M. *Introduction to superconductivity*. — 2d edition. — NY : McGraw-Hill, 1996.
- [64] G. Aslamazov L., I. Larkin A. Josephson Effect in Superconducting Point Contacts // *JETP Letters*. — 1969. — Vol. 9, no. 2. — P. 87-91.
- [65] Baratoff A., Blackburn J. A., Schwartz B. B. Current-Phase Relationship in Short Superconducting Weak Links // *Physical Review Letters*. — 1970. — Vol. 25, no. 16. — P. 1096-1099.
- [66] Заикин А. Д. и Жарков Г. Ф. К теории широких «грязных» SNS контактов // *Физика низких температур*. — 1981. — Т. 7, № 3. — С. 375-379.
- [67] Kulik I. O., Omelyanchuk A. N. Contribution to the microscopic theory of the Josephson effect in superconducting bridges // *JETP Letters*. — 1975. — Vol. 21, no. 4. — P. 96-97.
- [68] Zaitsev A. V. Phase-coherent conductance of mesoscopic superconductor-normal-metal coupled systems // *Physica B*. — 1994. — Vol. 203, no. 3-4. — P. 274-279.
- [69] Kopnin N. *Theory of Nonequilibrium Superconductivity*. — NY : Oxford University Press, 2001.
- [70] Zhitomirsky M. E., Dao V. H. Ginzburg-Landau theory of vortices in a multigap superconductor // *Physical Review B*. — 2004. — Vol. 69, no. 5. — P. 054508.

- [71] Gurevich A. Enhancement of the upper critical field by nonmagnetic impurities in dirty two-gap superconductors // *Physical Review B*. — 2003. — Vol. 67, no. 18. — P. 184515.
- [72] Vodolazov D. Yu., Peeters F. M. Origin of the hysteresis of the current voltage characteristics of superconducting microbridges near the critical temperature // *Physical Review B*. — 2011. — Vol. 84, no. 9. — P. 094511.
- [73] Ashcroft N. W. Metallic Hydrogen: A High-Temperature Superconductor? // *Physical Review Letters*. — 1968. — Vol. 21, no. 26. — P. 1748–1749.
- [74] Current-induced massless mode of the interband phase difference in two-band superconductors / Y. Tanaka [et al.] // *Physica C*. — 2015. — Vol. 516. — P. 10–16.
- [75] Operation of a superconducting nanowire quantum interference device with mesoscopic leads / D. Pekker [et al.] // *Physical Review B*. — 2005. — Vol. 72, no. 10. — P. 104517.
- [76] Champel T., Eschrig M. Effect of an inhomogeneous exchange field on the proximity effect in disordered superconductor-ferromagnet hybrid structures // *Physical Review B*. — 2005. — Vol. 72, no. 5. — P. 054523.
- [77] Kuprianov M. Yu., Lukichev V. F. Influence of boundary transparency on the critical current of "dirty" SS'S structures // *JETP*. — 1988. — Vol. 67, no. 6. — P. 1163–1168.
- [78] Pearl J. Current distribution in superconducting films carrying quantized fluxoids // *Applied Physics Letters*. — 1964. — Vol. 5, no. 4. — P. 65–66.
- [79] Peculiar superconducting properties of a thin film superconductor-normal metal bilayer with large ratio of resistivities / D. Yu. Vodolazov [et al.] // *Superconductor Science and Technology*. — 2018. — Vol. 31, no. 11. — P. 115004.
- [80] Yamashita T., Kawakami A., Terai H. NbN-Based Ferromagnetic 0 and π Josephson Junctions // *Physical Review Applied*. — 2017. — Vol. 8, no. 5. — P. 054028.
- [81] Coupling of Two Superconductors through a Ferromagnet: Evidence for a π Junction / V. V. Ryazanov [et al.] // *Physical Review Letters*. — 2001. — Vol. 86, no. 11. — P. 2427.
- [82] Thermodynamic nature of the 0- π quantum transition in superconductor/ferromagnet/superconductor trilayers / N. Pompeo [et al.] // *Physical Review B*. — 2014. — Vol. 90, no. 6. — P. 064510.
- [83] Shmidt V.V. Critical current in superconducting films // *JETP*. — 1970. — Vol. 30, no. 6. — P. 1137–1142.
- [84] Turneure S. J., Ulm E. R., Lemberger T. R. Numerical modeling of a two-coil apparatus for measuring the magnetic penetration depth in superconducting films and arrays // *Journal of Applied Physics*. — 1996. — Vol. 79, no. 8. — P. 4221–4227.

- [85] Claassen J. H., Byers J. M., Adrian S. Optimizing the two-coil mutual inductance measurement of the superconducting penetration depth in thin films // Journal of Applied Physics. — 1997. — Vol. 82, no. 6. — P. 3028–3034.
- [86] Superfluid density of superconductor-ferromagnet bilayers / T. R. Lemberger [et al.] // Journal of Applied Physics. — 2008. — Vol. 103, no. 7. — P. 07C701.
- [87] Kinetic inductance magnetometer / Juho Luomahaara [et al.] // Nature Communications. — 2014. — Vol. 5, no. 4872.
- [88] A broadband superconducting detector suitable for use in large arrays / P. K. Day [et al.] // Nature. — 2003. — Vol. 425. — P. 817–821.

Список публикаций автора по теме диссертации

- [A1] P.M. Marychev, D.Yu. Vodolazov. Threshold perturbations in current-carrying superconducting bridges with a finite length near the critical temperature // JETP Letters. — 2016. — Vol. 103, no. 6. — P. 409–414.
- [A2] P.M. Marychev, D.Yu. Vodolazov. Threshold fluctuations in a superconducting current-carrying bridge // Superconductor Science and Technology. — 2017. — Vol. 30, no. 7. — P. 075008.
- [A3] P.M. Marychev, D.Yu. Vodolazov. Soliton-induced critical current oscillations in two-band superconducting bridges // Physical Review B. — 2018. — Vol. 97, no. 10. — P. 104505.
- [A4] Марычев П. М. Флуктуационное образование фазовых солитонов в двузонных сверхпроводящих мостиках // Физика твердого тела. — 2018. — Т. 60, № 11. — С. 2110–2115.
- [A5] P.M. Marychev, D.Yu. Vodolazov. Tuning the in-plane Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov state in a superconductor/ferromagnet/normal-metal hybrid structure by current or magnetic field // Physical Review B. — 2018. — Vol. 98, no. 21. — P. 214510.
- [A6] Марычев П. М. и Водолазов Д. Ю. Флуктуационный переход в резистивное состояние токнесущих сверхпроводящих проволок конечной длины // Труды XX Международного симпозиума "Нанозифика и нанозлектроника". — Т. 1. — Нижний Новгород : Издательство Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского, 2016. — С. 80–81.
- [A7] Марычев П. М. и Водолазов Д. Ю. Флуктуационное переключение в резистивное состояние сверхпроводящих токнесущих мостиков: влияние дефектов и температуры // Сборник тезисов VII-й Всероссийской конференции молодых ученых «Микро-, нанотехнологии и их применение» им. Ю.В. Дубровского. — Черногловка, 2017. — С. 38.
- [A8] Марычев П. М. и Водолазов Д. Ю. Флуктуационное переключение в резистивное состояние сверхпроводящих токнесущих мостиков при произвольной температуре // Труды XXI Международного симпозиума "Нанозифика и нанозлектроника". — Т. 1. —

Нижний Новгород : Издательство Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, 2017. — С. 82–83.

- [A9] Марычев П. М. и Водолазов Д. Ю. Индуцированные солитонами осцилляции критического тока в мостиках из двузонных сверхпроводников // Труды XXII Международного симпозиума "Нанозифика и нанозлектроника". — Т. 1. — Нижний Новгород : Издательство Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, 2018. — С. 86–87.
- [A10] Марычев П. М. и Водолазов Д. Ю. Индуцированные фазовыми солитонами осцилляции критического тока в двузонных сверхпроводящих мостиках // XXIII Нижегородская сессия молодых ученых (технические, естественные, математические науки): материалы докладов. — Т. 2. — Княгинино : НГИЭУ, 2018. — С. 33.
- [A11] Марычев П. М. и Водолазов Д. Ю. Управление ФФЛО-состоянием в структурах сверхпроводник-ферромагнетик-нормальный металл магнитным полем или током // Труды XXIII Международного симпозиума "Нанозифика и нанозлектроника". — Т. 1. — Нижний Новгород : Издательство Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, 2019. — С. 81–82.
- [A12] Марычев П. М. и Водолазов Д. Ю. Управление ФФЛО-состоянием в структурах сверхпроводник-ферромагнетик-нормальный металл магнитным полем или током // XVIII Всероссийская школа-конференция молодых ученых "Проблемы физики твердого тела и высоких давлений". — Москва : ФИАН, 2019. — С. 76–78.